Formelblad ETEF05, ETEF10 och EIEF10

Per Unit System – Basstorheter

Användning: $A=a_{pu}\cdot A_{bas}$, $B=b_{pu}\cdot B_{bas}$, …
Basvärden för olika storheter (n = nominellt värde):

$$S_{bas} = P_{bas} = Q_{bas} = S_n$$
$$U_{bas} = U_n$$
$$f_{bas} = f_n$$
$$I_{bas} = \frac{S_{bas}}{\sqrt{3}U_{bas}} = \frac{S_n}{\sqrt{3}U_n} = I_n$$
$$Z_{bas} = \frac{U_{bas}/\sqrt{3}}{I_{bas}} = \frac{U_n/\sqrt{3}}{S_n/\sqrt{3}U_n} = \frac{U_n^2}{S_n}$$

$$X_{bas} = Z_{bas}$$
$$R_{bas} = Z_{bas}$$
$$L_{bas} = X_{bas}/\omega_{bas} = X_{bas}/2\pi f_{bas} = Z_{bas}/2\pi f_n$$
$$C_{bas} = 1/X_{bas}\omega_{bas} = 1/Z_{bas}2\pi f_n$$

Symmetriska komponenter

RMS-värde av fasstorheterna $\overline{Y}_{L1}, \overline{Y}_{L2}$ och $\overline{Y}_{L3}$ kan uttryckas som symmetriska komponenter $\overline{Y}^+, \overline{Y}^-$ och $\overline{Y}^0$ eller omvänt ur

$$\begin{pmatrix}\overline{Y}_{L1}\\ \overline{Y}_{L2}\\ \overline{Y}_{L3}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ a^2 & a & 1\\ a & a^2 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}\overline{Y}^+\\ \overline{Y}^-\\ \overline{Y}^0\end{pmatrix} \quad \text{och} \quad \begin{pmatrix}\overline{Y}^+\\ \overline{Y}^-\\ \overline{Y}^0\end{pmatrix} = \frac{1}{3}\cdot\begin{pmatrix}1 & a & a^2\\ 1 & a^2 & a\\ 1 & 1 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}\overline{Y}_{L1}\\ \overline{Y}_{L2}\\ \overline{Y}_{L3}\end{pmatrix} \quad \text{där} \quad a = e^{j120^\circ} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Magnetiska kretsar

Amperes formel för magnetiska kretsar: $N \cdot i = H_{Fe} \cdot l_{Fe} + H_{air} \cdot l_{air}$ där $B = \mu_0 \mu_r H$ och $\mu_0=4\pi\cdot 10^{-7}$ T·m/A

AL-värde: $L = A_L \cdot N^2$

Medelvärde och RMS-värde

Allmän periodisk tidssignal $a(t)$ med periodtid T:

$$\text{Medelvärde}: \quad \overline{A} = \frac{1}{T}\int_T a(t)dt \qquad \text{RMS-värde}: \quad A_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_T a^2(t)dt}$$

Allmän tidssignal $a(t)$ med spektrum för diskreta frekvenser $f_1, f_2, f_3, \ldots$ där $f_2=2\cdot f_1$, $f_3=3\cdot f_1$, …, $f_h=h\cdot f_1$, …
f_1 kallas grundton och h är övertonens ordning (andraton, tredjeton, etc)

A_{dc} = medelvärde för DC komponenten
A_1 = RMS-värde för grundtonen
A_2 = RMS-värde för andratonen
A_h = RMS-värde för överton av ordning h

Totala RMS-värdet för tidssignalen $a(t)$ ges av:

$$A_{RMS}^2 = A_{dc}^2 + \sum_h A_h^2 = A_{dc}^2 + \left(A_1^2 + A_2^2 + \ldots\right) = A_{dc}^2 + A_{ac,RMS}^2$$

Där alltså RMS-värdet av växelkomponenten (ac) ges av:

$$A_{ac,RMS}^2 = \sum_h A_h^2 = \left(A_1^2 + A_2^2 + \ldots\right)$$

Trigonometri

$$\begin{cases}\sin(\alpha+\beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) + \sin(\beta)\cos(\alpha)\\ \sin(\alpha-\beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) - \sin(\beta)\cos(\alpha)\\ \cos(\alpha+\beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) - \sin(\alpha)\sin(\beta)\\ \cos(\alpha-\beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) + \sin(\alpha)\sin(\beta)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\sin^2(\alpha) = \dfrac{1-\cos(2\alpha)}{2}\\ \cos^2(\alpha) = \dfrac{1+\cos(2\alpha)}{2}\end{cases}$$

Eulers formel

$$\begin{cases}\sin\theta = \dfrac{e^{j\theta} - e^{-j\theta}}{2j}\\ \cos\theta = \dfrac{e^{j\theta} + e^{-j\theta}}{2}\end{cases}$$

Likströmsmaskinen

$$\frac{d\psi_a}{dt} = u_a - R_a \cdot i_a - \omega \cdot \psi_m \qquad \psi_a = L_a \cdot i_a \qquad T = \psi_m \cdot i_a \qquad e_a = \omega \cdot \psi_m$$

Vid elektrisk magnetisering gäller

$$\frac{d\psi_f}{dt} = u_f - R_f \cdot i_f \quad \text{där} \quad \psi_f = L_f \cdot i_f \quad \text{och} \quad \psi_m = L_m \cdot i_m \quad \text{så att} \quad \frac{\psi_f}{N_f} = \frac{\psi_m}{N_a}$$

Asynkronmaskinen

Matematisk modell i statorkoordinater

$$\frac{d\vec{\psi}_s}{dt} = \vec{u}_s - R_s \vec{i}_s$$

$$\frac{d\vec{\psi}_r}{dt} = j\omega\vec{\psi}_r - R_r \vec{i}_r$$

$$\vec{\psi}_s = L_s \vec{i}_s + L_m \vec{i}_r$$

$$\vec{\psi}_r = L_m \vec{i}_s + L_r \vec{i}_r$$

$$T = \vec{\psi}_s \times \vec{i}_s$$

Vid stationär drift gäller

$$T = \frac{P_2}{\omega} = \frac{3}{\omega} \cdot \frac{1-s}{s} \cdot R_r I_r^2 = \frac{3}{\omega_s} \cdot \frac{R_r}{s} \cdot I_r^2 = \frac{P_{12}}{\omega_s}$$

Synkronmaskinen

$$\frac{d\vec{\psi}_s^s}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\vec{\psi}_\delta^s + L_{s\lambda} \cdot \vec{i}_s^s\right) = \frac{d\vec{\psi}_\delta^s}{dt} + L_{s\lambda} \cdot \frac{d\vec{i}_s^s}{dt} = \vec{u}_s^s - R_s \cdot \vec{i}_s^s$$

$$\frac{d\vec{\psi}_r^{xy}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\vec{\psi}_\delta^{xy} + L_{r\lambda} \cdot \vec{i}_r^{xy}\right) = \frac{d\vec{\psi}_\delta^{xy}}{dt} + L_{r\lambda} \cdot \frac{d\vec{i}_r^{xy}}{dt} = \vec{u}_r^{xy} - R_r \cdot \vec{i}_r^{xy}$$

$$T = \vec{\psi}_\delta \times \vec{i}_s = \left(\vec{\psi}_m + L_m \cdot \vec{i}_s\right) \times \vec{i}_s = \left\{\vec{\psi}_m = \psi_{m,x} + j\psi_{m,y} = \psi_m + j0 = \psi_m\right\} = \psi_m \cdot i_{sy}$$

Vektorer

Den generella storheten s uttryckt i fasstorheterna s_a, s_b, och s_c kan skrivas som en vektor $\vec{s}^{\alpha\beta}$ i det stationära $\alpha\beta$-koordinatsystemet enligt.

$$\vec{s}^{\alpha\beta} = s_\alpha + js_\beta = K\left[s_a + s_b e^{j\frac{2\pi}{3}} + s_c e^{j\frac{4\pi}{3}}\right]$$

Där $K = 2/3$ används för amplitudinvariant transformation och $K = \sqrt{2/3}$ för effektinvariant transformation

En vektor i $\alpha\beta$-systemet kan uttryckas i ett annat koordinatsystem, xy-systemet, med hjälp av koordinattransformation där θ är vinkeln mellan α-och x-axeln (positiv om x ligger före α). På vektorform skrivs transformationen:

$$\vec{s}^{xy} = s_x + js_y = \vec{s}^{\alpha\beta} \cdot e^{-j\theta}$$

På matrisform skrivs transformationen:

$$\begin{pmatrix} s_x \\ s_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{pmatrix} = T \cdot \begin{pmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{pmatrix}$$

Det mekaniska systemet

$$J\frac{d\omega}{dt} = T_d - T_L = T - T_L$$