



LUND
UNIVERSITET

F5: Vektorer (Appendix B) och Vektormodulation (Kap PE 2)



Trefasig växelriktare

- Normalt ansluts inte neutralledaren

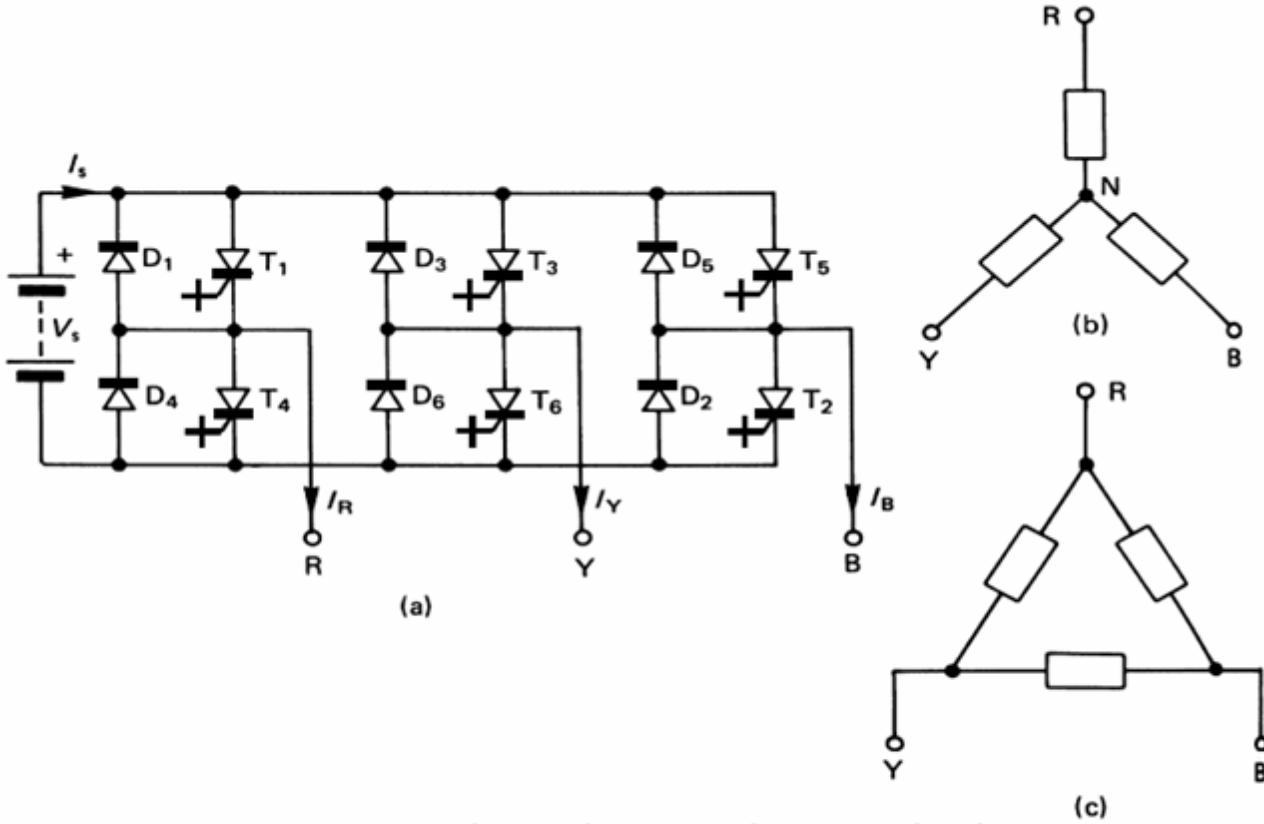
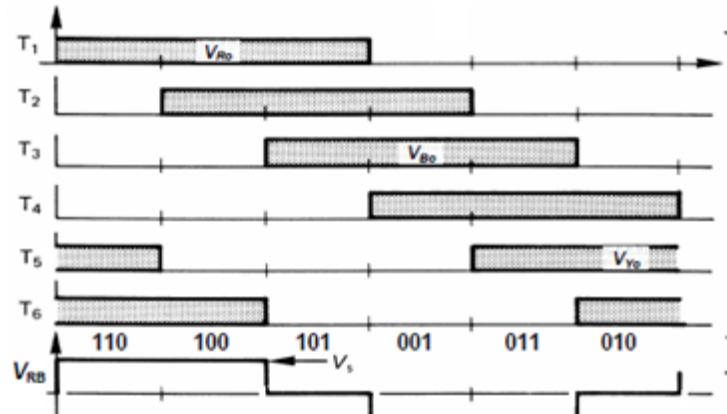


Figure 15.7. *Three-phase VSI inverter circuit:*
(a) GCT thyristor bridge inverter; (b) star-type load; and (c) delta-type load.

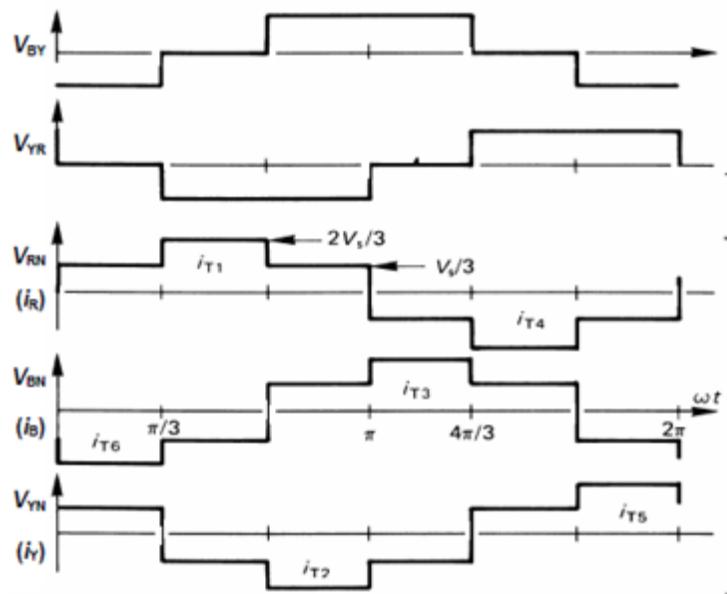


Trefasig växelriktare

- Six-step



Conducting switches



Line-to-neutral load voltages

$$\begin{pmatrix} V_{RN} \\ V_{BY} \\ V_{YR} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{RN} - V_{BN} \\ V_{BN} - V_{YN} \\ V_{YN} - V_{RN} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{RN} \\ V_{BN} \\ V_{YN} \end{pmatrix}$$

(c)

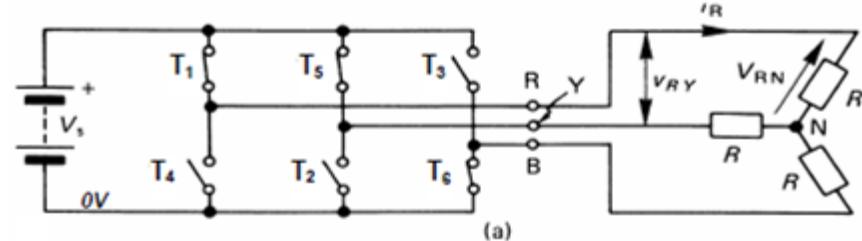


Figure 15.8. A three-phase bridge inverter employing 180° switch conduction with a resistive load:
(a) the bridge circuit showing T_1 , T_5 , and T_6 conducting (leg state $v_6 := 110$); (b) circuit voltage and current waveforms with each of six sequential output voltage vectors identified; and
(c) phase voltage to line voltage conversion matrix.



Trefasig växelriktare - PWM

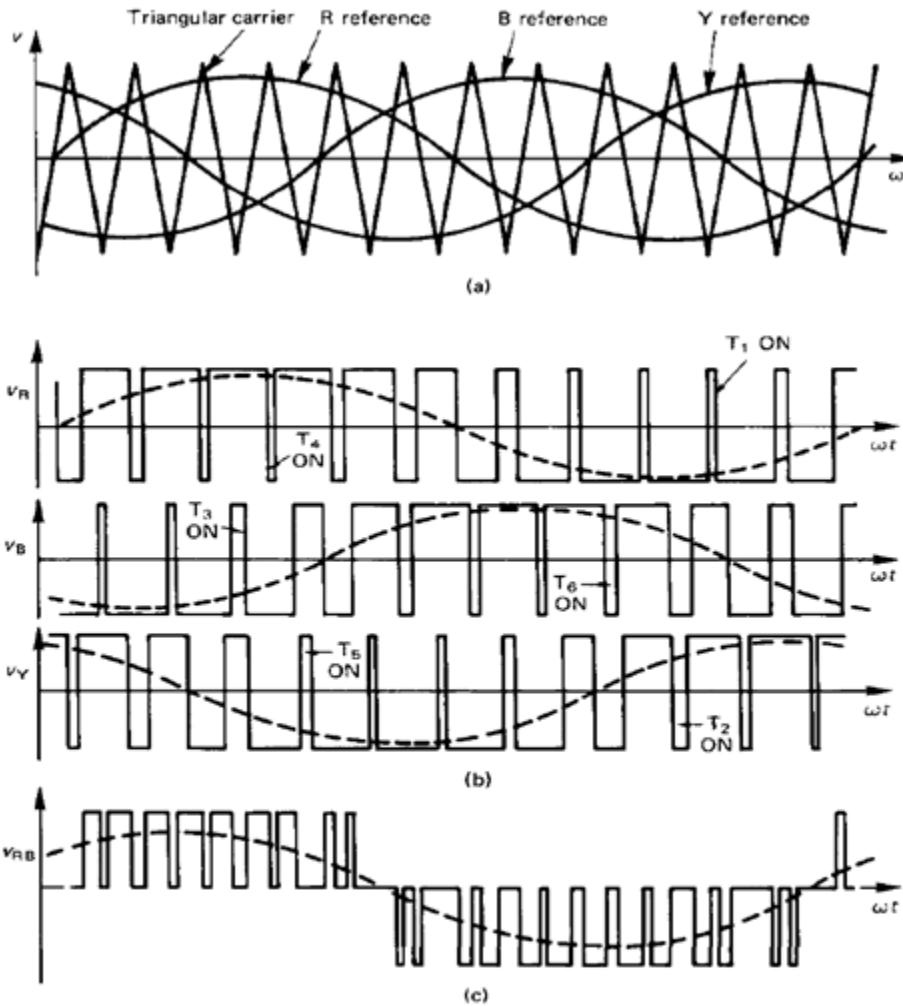


Figure 15.17. *Naturally sampled pulse-width modulation waveforms suitable for a three-phase bridge inverter: (a) reference signals; (b) conducting devices and fundamental sine waves; and (c) one output line-to-line voltage waveform.*



Modulation av trefasomvandlare

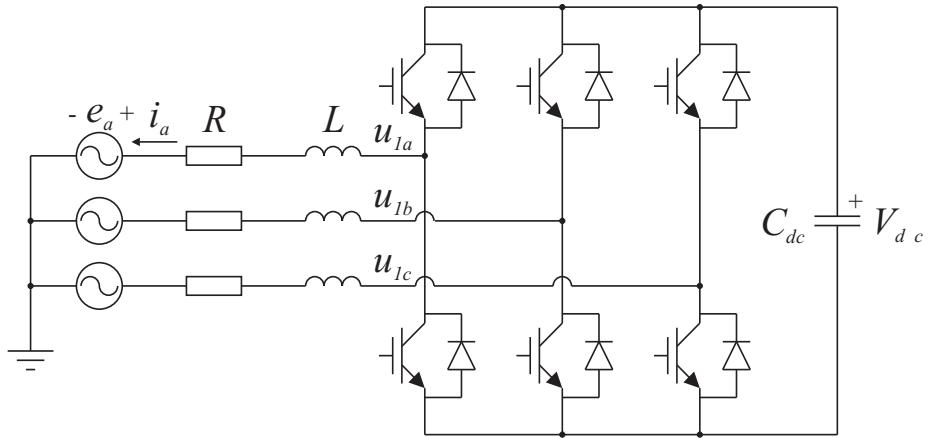


Figure 2.18: Den undersökta omvandlaren
(styrd likriktare ansluten till trefasnätet)

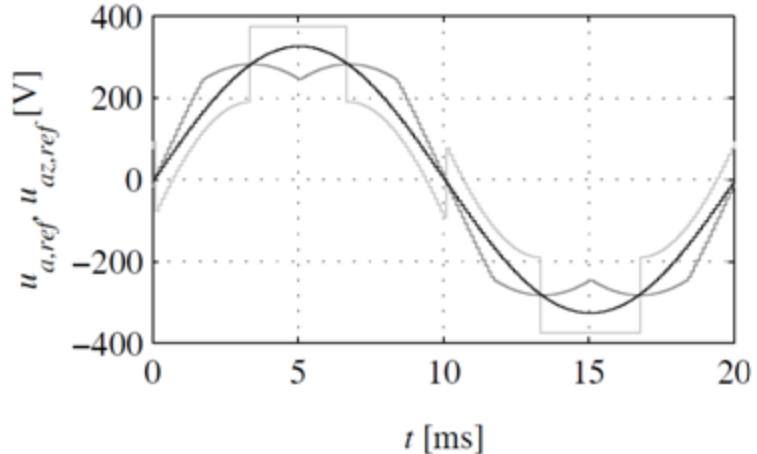


Figure 2.19: Bärvägsmodulation med
sinusformiga (svart), symmetriska (grå)
och bus-clamp (ljusgrå) spänningssreferenser.

Modulationsindex:

$$m_i = \frac{u_{i,ref}}{V_{dc}/2} \quad \text{där } i = a, b, c$$



Spänningssgräns för övermodulation

För att undvika övermodulation: $|m_a| = \frac{|u_{i,ref}|}{V_{dc}/2} \leq 1$

Gräns för övermodulation vid sinusformiga referensspänningar:

$$u_{i,ref,max} = \frac{V_{dc}}{2} \quad \text{där } i = a, b, c$$

Gräns för övermodulation vid symmetriska referensspänningar:

$$u_{iz,ref,max} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot V_{dc} \quad \text{där } i = a, b, c$$

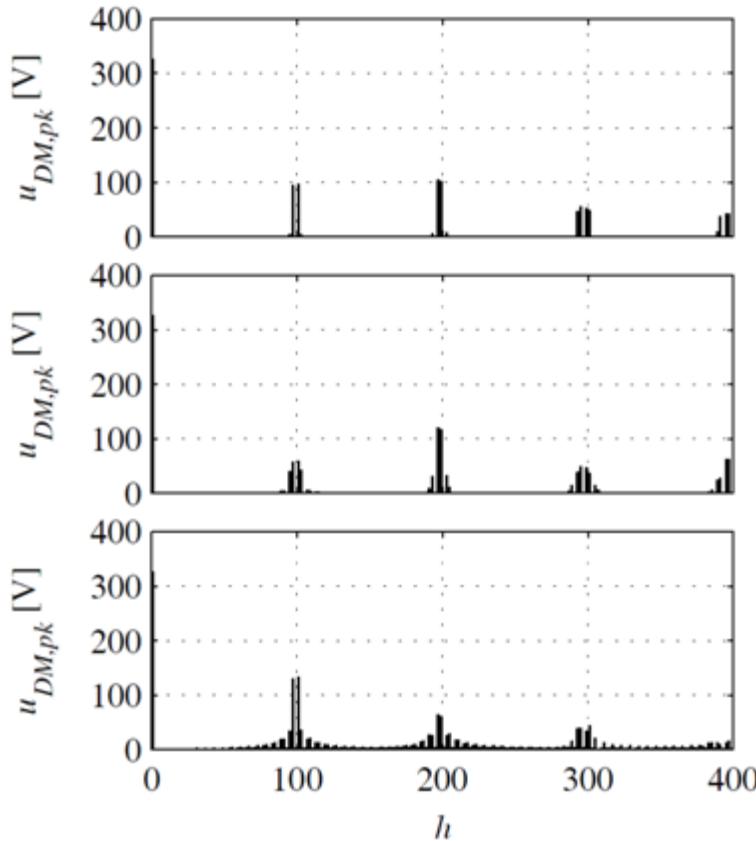
Gräns för övermodulation vid bus-clamped referensspänningar:

$$u_{iz,ref,max} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot V_{dc} \quad \text{där } i = a, b, c$$



DM Övertonsinnehåll i utspänningen

- Motsvarar övertonsinnehållet i huvudspänningarna



$$u_{ij} = u_{iz} - u_{jz} \quad \text{där } i, j = a, b, c$$

Figure 2.20: DM utspänningsspektrum för sinusformiga (överst), symmetriska (mitten) och bus-clamped (nederst) referensspänningar vid bärvägsmodulation. Grundtonsfrekvensen är 50 Hz och spektrum visas som funktion av övertonsordning, h , där 1 betecknar grundtonsfrekvensen.



CM Övertonsinnehåll i utspänningen

- Motsvarar övertonsinnehållet i nollföljdskomponenten u_z

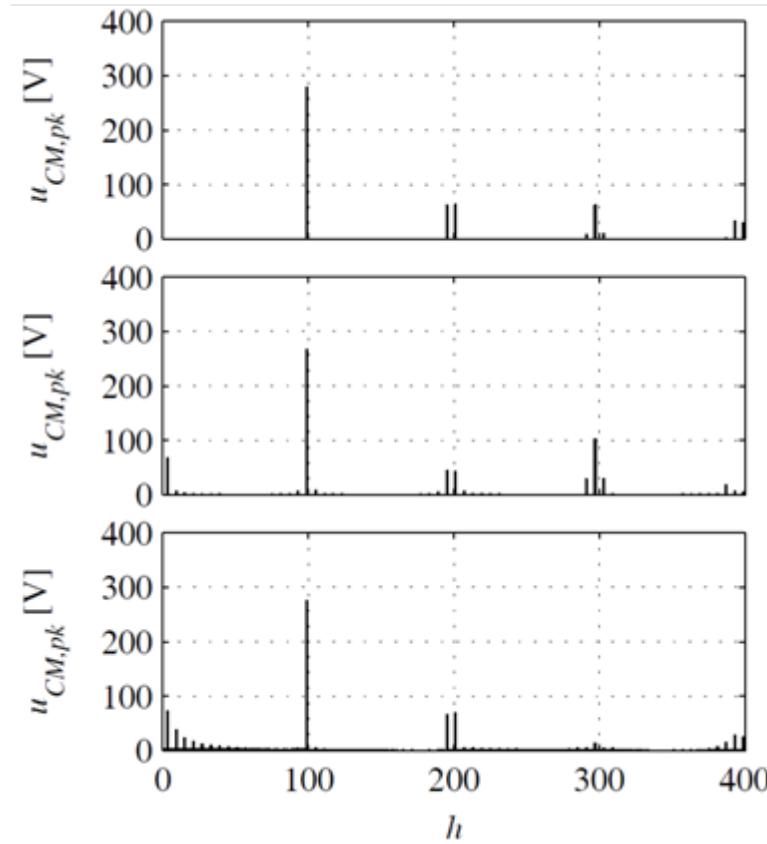


Figure 2.21: CM utspänningsspektrum för sinusformiga (överst), symmetriska (mittet) och bus-clamped (nederst) referensspänningar vid bärvägsmodulation. Grundtonsfrekvensen är 50 Hz och spektrum visas som funktion av övertonsordning, h , där 1 betecknar grundtonsfrekvensen.



Övertonsinnehåll i utströmmen

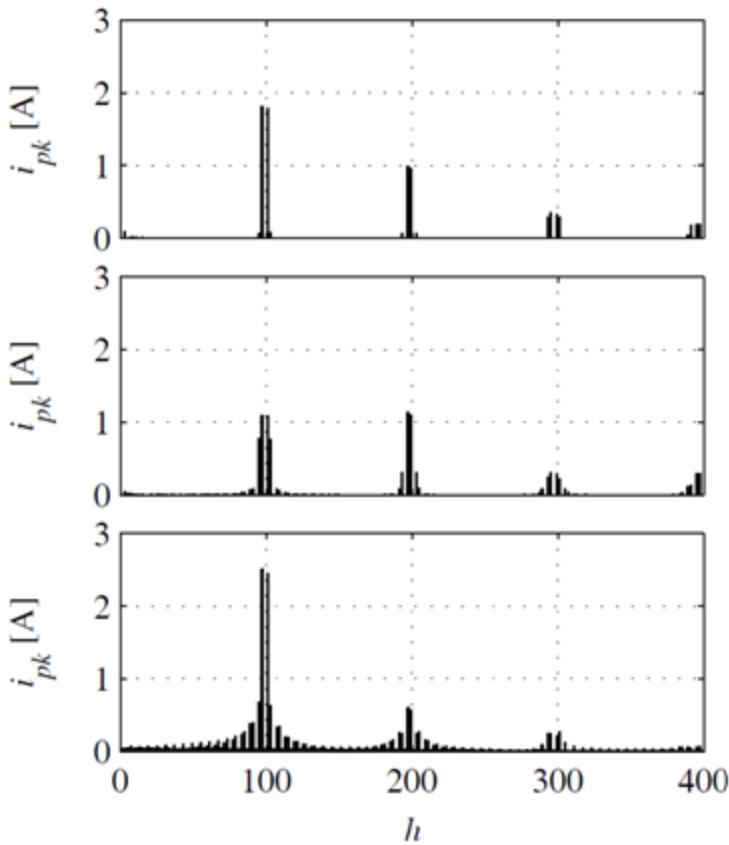


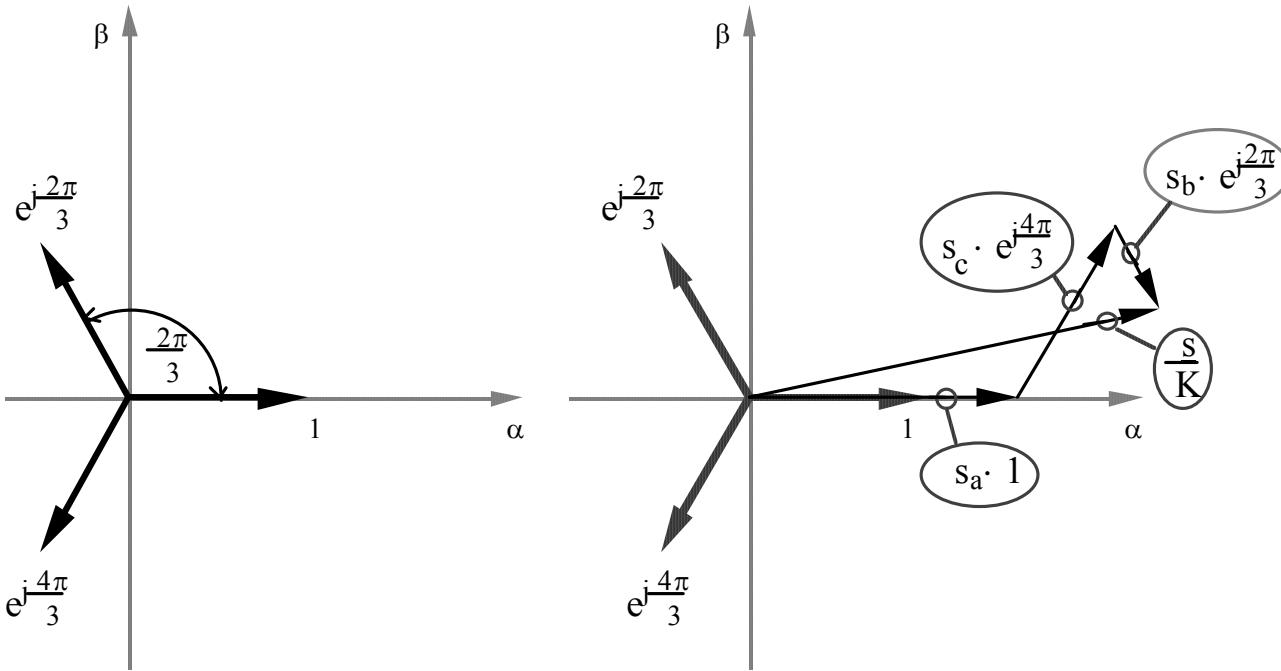
Figure 2.22: Utströmsspektrum för sinusformiga (överst), symmetriska (mittan) och bus-clamped (nederst) referensspänningar vid bärvägsmodulation. Grundtonsfrekvensen är 50 Hz och spektrum visas som funktion av övertonsordning, h , där 1 betecknar grundtonsfrekvensen.

Om omvandlaren har oändlig impedans till jord (nollföljdsimpedans) så får man strömspektrat genom att skala DM utspänningsspektrat med impedansen

$$Z_L = j\omega_l h L$$



Vektorer i trefasssystem (I)



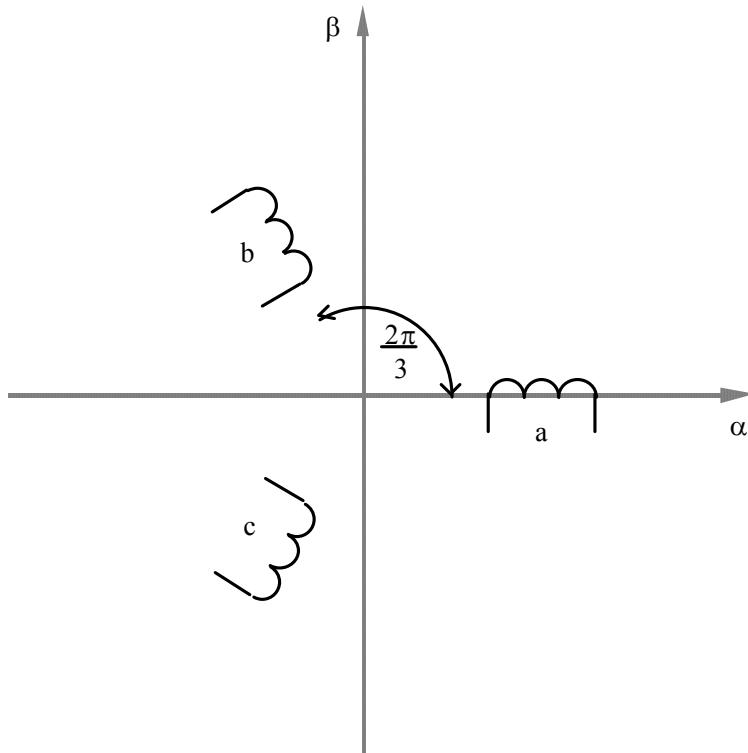
Figur B.16. Referensrikningar och enhetsvektorer (vänster)
Vektorn \vec{s} och dess komponenter (höger).

$$\vec{s} = s_\alpha + js_\beta = k \left[s_a + s_b e^{j\frac{2\pi}{3}} + s_c e^{j\frac{4\pi}{3}} \right]$$

$k=2/3$ kallas Park-transformation (amplitudinvariant)



Vektorer i trefasssystem (II)



Figur B.17. Stiliserad bild av lindningarnas fördelning i en tvåpolig trefas växelströmsmaskin.

$$\vec{s} = s_\alpha + js_\beta = k \left[s_a + s_b e^{j\frac{2\pi}{3}} + s_c e^{j\frac{4\pi}{3}} \right]$$

$k=2/3$ kallas Park-transformation (amplitudinvariant)



Vektorer i trefasssystem (III)

- Effektinvarians

Konstanten k kan väljas godtyckligt!

Effekten tecknas:

$$p(t) = u_\alpha(t)i_\alpha(t) + u_\beta(t)i_\beta(t) = u_a(t)i_a(t) + u_b(t)i_b(t) + u_c(t)i_c(t)$$

Där

$$\vec{s} = s_\alpha + js_\beta = k \left[s_a + s_b e^{j\frac{2\pi}{3}} + s_c e^{j\frac{4\pi}{3}} \right]$$

ger:

$$\begin{cases} u_\alpha = k \frac{3}{2} u_a \\ u_\beta = k \frac{\sqrt{3}}{2} (u_b - u_c) \end{cases} \quad \text{och} \quad \begin{cases} i_\alpha = k \frac{3}{2} i_a \\ i_\beta = k \frac{\sqrt{3}}{2} (i_b - i_c) \end{cases}$$



Vektorer i trefasssystem (IV)

- Effektinvarians

Föregående gäller förutsatt symmetri, dvs

$$u_a(t) + u_b(t) + u_c(t) = 0$$

$$i_a(t) + i_b(t) + i_c(t) = 0$$

Effekten blir:

$$p(t) = k^2 \cdot \frac{3}{2} \cdot (u_a(t)i_a(t) + u_b(t)i_b(t) + u_c(t)i_c(t))$$

För att man ska slippa skalfaktor på effekten (dvs transformationen ska vara effektinvariant) så gäller ska k väljas:

$$k = \sqrt{\frac{2}{3}}$$



Vektorer i trefasssystem (V)

- Effektinvarians

Alltså gäller för effektinvariant transformation:

$$\vec{s} = s_\alpha + js_\beta = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[s_a + s_b e^{j\frac{2\pi}{3}} + s_c e^{j\frac{4\pi}{3}} \right] = \sqrt{\frac{3}{2}} s_a + j \frac{1}{\sqrt{2}} (s_b - s_c)$$

Effektinvariant

trefas \Rightarrow tvåfasomvandling

$$\begin{cases} s_\alpha = \sqrt{\frac{3}{2}} s_a \\ s_\beta = \frac{1}{\sqrt{2}} (s_b - s_c) \end{cases}$$

Effektinvariant

tvåfas \Rightarrow trefasomvandling

$$\begin{cases} s_a = \sqrt{\frac{2}{3}} s_\alpha \\ s_b = -\frac{1}{\sqrt{6}} s_\alpha + \frac{1}{\sqrt{2}} s_\beta \\ s_c = -\frac{1}{\sqrt{6}} s_\alpha - \frac{1}{\sqrt{2}} s_\beta \end{cases}$$



Vektorer i trefasssystem (VI)

- Amplitudinvarians

För amplitudinvariant transformation ($k=2/3$) gäller:

$$\vec{s} = s_\alpha + j s_\beta = \frac{2}{3} \left[s_a + s_b e^{j\frac{2\pi}{3}} + s_c e^{j\frac{4\pi}{3}} \right] = s_a + j \frac{1}{\sqrt{3}} (s_b - s_c)$$

**Amplitudinvariant
trefas \Rightarrow tvåfasomvandling**

$$\begin{cases} s_\alpha = s_a \\ s_\beta = \frac{1}{\sqrt{3}}(s_b - s_c) \end{cases}$$

**Amplitudinvariant
tvåfas \Rightarrow trefasomvandling**

$$\begin{cases} s_a = s_\alpha \\ s_b = -\frac{1}{2}s_\alpha + \frac{\sqrt{3}}{2}s_\beta \\ s_c = -\frac{1}{2}s_\alpha - \frac{\sqrt{3}}{2}s_\beta \end{cases}$$

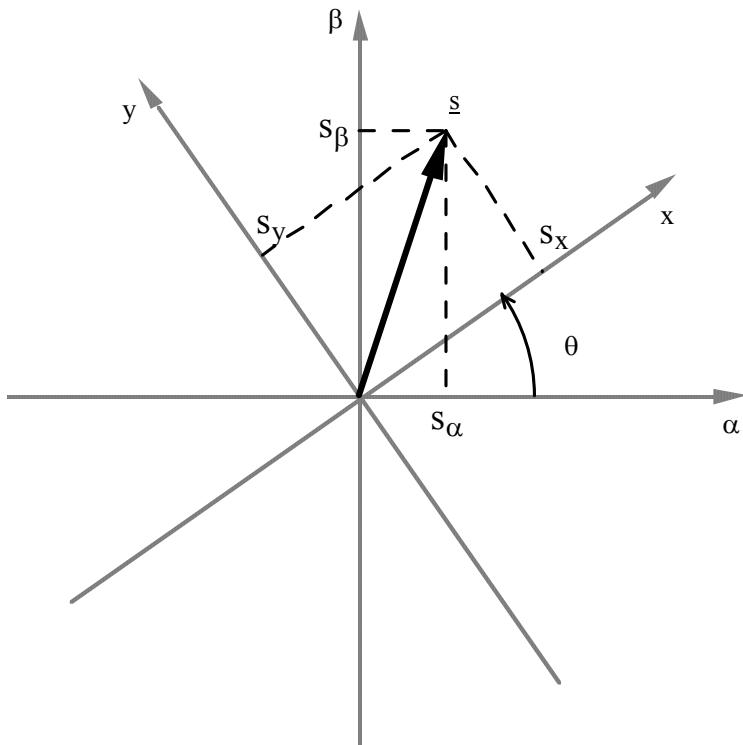
$$p(t) = u_a(t)i_a(t) + u_b(t)i_b(t) + u_c(t)i_c(t) = \frac{3}{2} \cdot (u_\alpha(t)i_\alpha(t) + u_\beta(t)i_\beta(t))$$



Vektorer i trefasssystem (VII)

- Koordinattransformation

En vektor \vec{s} som uttrycks i t.ex $\alpha\beta$ -koordinater enligt ovan kan uttryckas i vilket annat koordinatsystem som helst (x,y) genom att utföra en koordinattransformation, se nedan.



Figur B.18. Vektorn \vec{s} i olika koordinatsystem.



Vektorer i trefasssystem (VIII)

- Koordinattransformation

Antag att vinkelskillnaden mellan de båda koordinatsystemen är θ . Då kan vektorn \vec{s} uttryckas i $\alpha\beta$ - eller xy -koordinater, markerat med överindex, genom följande arrangemang:

$$\begin{aligned}\vec{s}^{xy} &= s_x + js_y = \vec{s}^{\alpha\beta} e^{-j\theta} = \\ &= (s_\alpha + js_\beta)(\cos\theta - j\sin\theta) = \\ &= (s_\alpha \cos\theta + s_\beta \sin\theta) + j(s_\beta \cos\theta - s_\alpha \sin\theta)\end{aligned}$$

dvs

$$\begin{cases} s_x = s_\alpha \cos\theta + s_\beta \sin\theta \\ s_y = -s_\alpha \sin\theta + s_\beta \cos\theta \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} s_x \\ s_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix} = T \cdot \begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix}$$



Vektorer i trefasssystem (IX)

- Koordinattransformation

Omvänt gäller:

$$\begin{cases} s_\alpha = s_x \cos \theta - s_y \sin \theta \\ s_\beta = s_x \sin \theta + s_y \cos \theta \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_x \\ s_y \end{bmatrix} = T^{-1} \cdot \begin{bmatrix} s_x \\ s_y \end{bmatrix}$$



Vektorrepresentation (I)

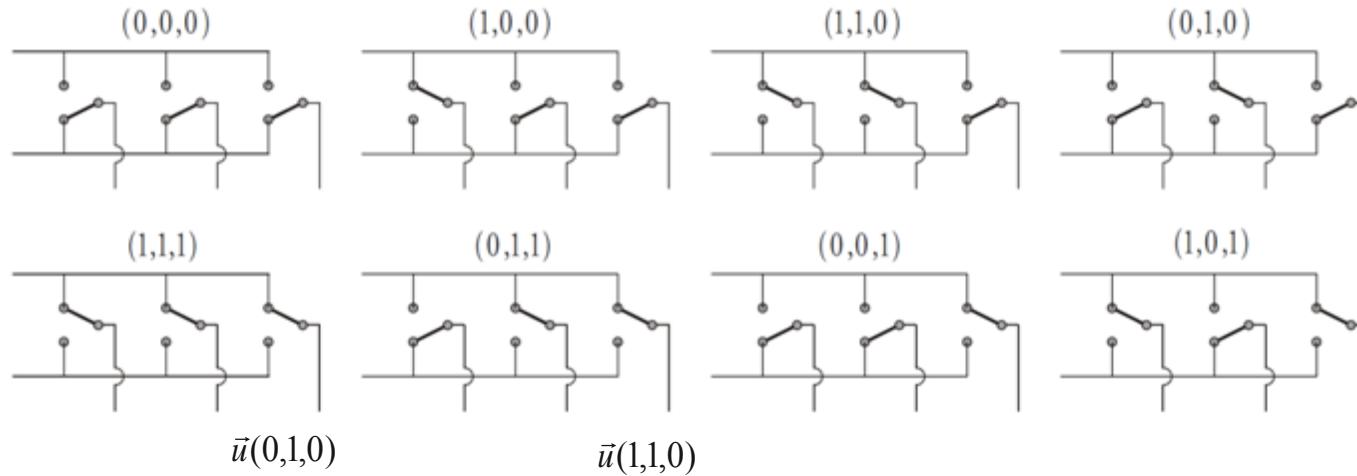
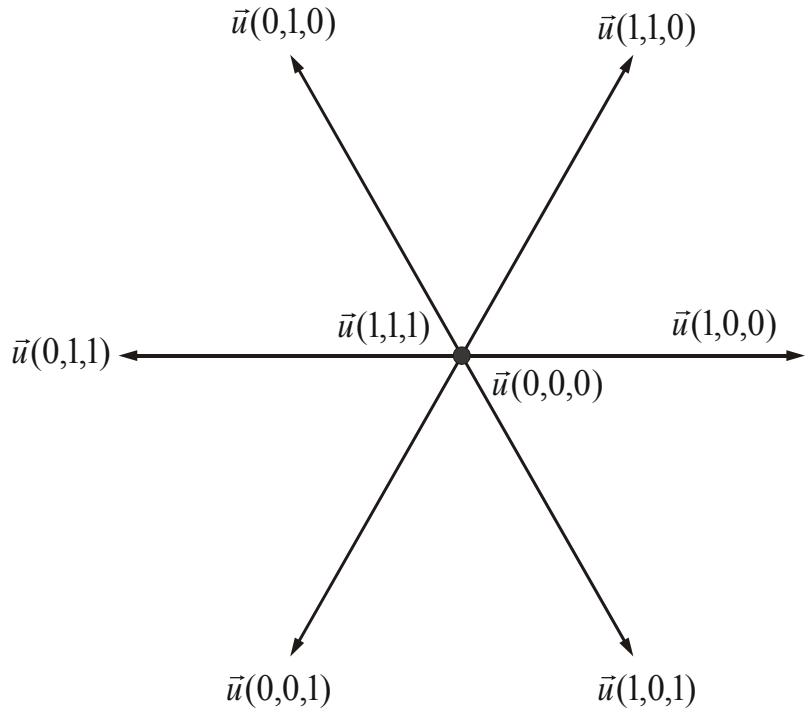


Figure 2.23: Åtta kombinationer ...



$$\vec{u}(1,0,0) = \sqrt{\frac{2}{3}} U_{dc} = -\vec{u}(0,1,1)$$

$$\vec{u}(0,1,0) = \sqrt{\frac{2}{3}} U_{dc} \cdot e^{j \frac{2\pi}{3}} = -\vec{u}(1,0,1)$$

$$\vec{u}(0,0,1) = \sqrt{\frac{2}{3}} U_{dc} \cdot e^{j \frac{4\pi}{3}} = -\vec{u}(1,1,0)$$

$$\vec{u}(0,0,0) = 0 = \vec{u}(1,1,1)$$

Figure 2.24: Spänningsvektorer från en trefas, tvånivåomvandlare



Vektorrepresentation (II)

Rymdvektor: $\vec{x}^{\alpha\beta} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \left[x_a \cdot e^{j0} + x_b \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}} + x_c \cdot e^{j\frac{4\pi}{3}} \right] = x_\alpha + jx_\beta$

$$x_a + x_b + x_c = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x_\alpha = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot x_a \\ x_\beta = \frac{1}{\sqrt{2}}(x_b - x_c) \end{cases}$$

$$x_a + x_b + x_c \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x_\alpha = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot x_a - \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot x_b - \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot x_c \\ x_\beta = \frac{1}{\sqrt{2}}(x_b - x_c) \end{cases}$$

Exempel: $\begin{cases} e_a = \hat{e} \cdot \cos(\omega_l t) \\ e_b = \hat{e} \cdot \cos\left(\omega_l t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ e_c = \hat{e} \cdot \cos\left(\omega_l t - \frac{4\pi}{3}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} e_\alpha = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot e_a = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \hat{e} \cdot \cos(\omega_l t) \\ e_\beta = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_b - e_c) = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \hat{e} \cdot \sin(\omega_l t) \end{cases}$



Vektorrepresentation (III)

Table 2.1: Voltage vectors used at $\omega_1 t = \pi/4$.

Switch state	u_α	u_β
000	0	0
100	$\sqrt{2/3} \cdot V_{dc}$	0
110	$1/\sqrt{6} \cdot V_{dc}$	$1/\sqrt{2} \cdot V_{dc}$
111	0	0

Table 2.2: Converter specification.

DC link voltage	V_{dc}	750 V
Grid peak voltage	\hat{e}	325 V
Grid frequency	f_1	50 Hz
Switching frequency	f_{sw}	5000 Hz
Line filter inductance	L	1.7 mH

$$\vec{u}^{\alpha\beta} - L \frac{d}{dt} \vec{i}^{\alpha\beta} - R \vec{i}^{\alpha\beta} - \vec{e}^{\alpha\beta} \approx \vec{u}^{\alpha\beta} - L \frac{d}{dt} \vec{i}^{\alpha\beta} - \vec{e}^{\alpha\beta} = 0$$

$$\begin{cases} \frac{\Delta i_\alpha}{\Delta t} = \frac{1}{L} (u_\alpha - e_\alpha) \\ \frac{\Delta i_\beta}{\Delta t} = \frac{1}{L} (u_\beta - e_\beta) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta i_\alpha = \frac{1}{L} (u_\alpha - e_\alpha) \Delta t \\ \Delta i_\beta = \frac{1}{L} (u_\beta - e_\beta) \Delta t \end{cases}$$

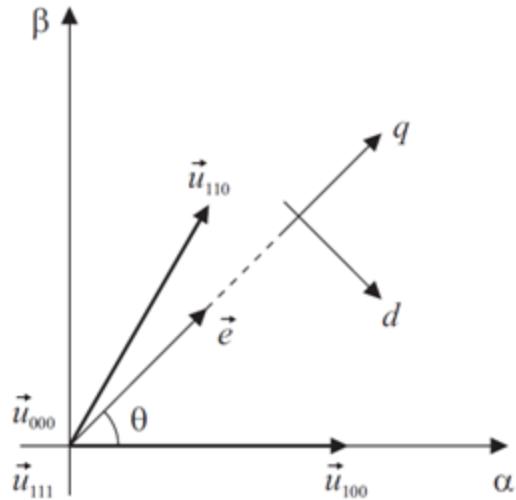


Figure 2.25: The grid voltage vector and the converter output voltage vectors applied at $\omega_1 t = \pi/4$.

$$u_{i,ref} = \frac{V_{dc}}{2} - \frac{V_{dc}}{T_s} \cdot t_i \quad \Leftrightarrow \quad t_i = \left(\frac{1}{2} - \frac{u_{i,ref}}{V_{dc}} \right) \cdot T_s$$



Vektorrepresentation (IV)

Modulation med sinusformiga referensvärden

$$\omega_1 t = \pi/4 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} u_{a,ref} = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{e} = 229.8 \text{ V} \\ u_{b,ref} = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} \hat{e} = 84.1 \text{ V} \\ u_{c,ref} = -\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} \hat{e} = -313.9 \text{ V} \end{cases}$$

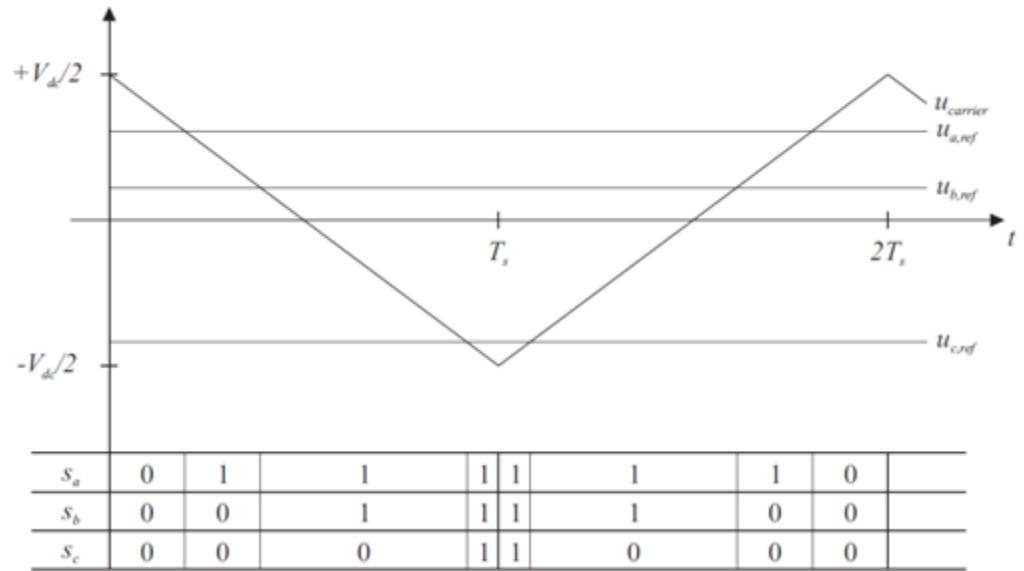


Figure 2.26: Modulationsbärvåg och faspotential referenser vid $\omega_1 t = \pi/4$ vid sinusformiga referenser. Den nedre delen visar de applicerade switch-tillstånden.

$$\begin{cases} e_a = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{e} \\ e_b = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} \hat{e} \\ e_c = -\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} \hat{e} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} e_\alpha = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot e_a = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \hat{e} \\ e_\beta = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_b - e_c) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \hat{e} \end{cases}$$



Vektorrepresentation (V)

Modulation med sinusformiga referensvärden

$$u_{i,ref} = \frac{V_{dc}}{2} - \frac{V_{dc}}{T_s} \cdot t_i \Leftrightarrow t_i = \left(\frac{1}{2} - \frac{u_{i,ref}}{V_{dc}} \right) \cdot T_s \Rightarrow$$

$$\begin{cases} u_{a,ref} = \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{e} = 229.8 \text{V} \\ u_{b,ref} = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}\hat{e} = 84.1 \text{V} \\ u_{c,ref} = -\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}\hat{e} = -313.9 \text{V} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_a = \left(\frac{1}{2} - \frac{u_{a,ref}}{V_{dc}} \right) \cdot T_s = 0.194 \cdot T_s = 19.4 \mu\text{s} \\ t_b = \left(\frac{1}{2} - \frac{u_{b,ref}}{V_{dc}} \right) \cdot T_s = 0.388 \cdot T_s = 38.8 \mu\text{s} \\ t_c = \left(\frac{1}{2} - \frac{u_{c,ref}}{V_{dc}} \right) \cdot T_s = 0.919 \cdot T_s = 91.9 \mu\text{s} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta t_{000} = t_a - 0 = \left(\frac{1}{2} - \frac{u_{a,ref}}{V_{dc}} \right) \cdot T_s = 19.4 \mu\text{s} \\ \Delta t_{100} = t_b - t_a = \left(\frac{u_{a,ref}}{V_{dc}} - \frac{u_{b,ref}}{V_{dc}} \right) \cdot T_s = 19.4 \mu\text{s} \\ \Delta t_{110} = t_c - t_b = \left(\frac{u_{b,ref}}{V_{dc}} - \frac{u_{c,ref}}{V_{dc}} \right) \cdot T_s = 53.1 \mu\text{s} \\ \Delta t_{111} = T_s - t_c = \left(\frac{1}{2} + \frac{u_{c,ref}}{V_{dc}} \right) \cdot T_s = 8.1 \mu\text{s} \end{cases}$$

Table 2.3: Current vector increase.

Switch state	Δi_α [A]	Δi_β [A]
000	-3.21	-3.21
100	3.78	-3.21
110	0.77	7.77
111	-1.34	-1.34



Figure 2.27:
Strömvektorer.



Vektorrepresentation (VI)

Modulation med symmetriska referensvärden

$$u_{i,ref} = \frac{V_{dc}}{2} - \frac{V_{dc}}{T_s} \cdot t_i \Leftrightarrow t_i = \left(\frac{1}{2} - \frac{u_{i,ref}}{V_{dc}} \right) \cdot T_s \Rightarrow$$

$$\begin{cases} u_{az,ref} = 271.85V \\ u_{bz,ref} = 126.15V \\ u_{cz,ref} = -271.85V \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_a = \left(\frac{1}{2} - \frac{u_{az,ref}}{V_{dc}} \right) \cdot T_s = 0.138 \cdot T_s = 13.8 \mu s \\ t_b = \left(\frac{1}{2} - \frac{u_{bz,ref}}{V_{dc}} \right) \cdot T_s = 0.332 \cdot T_s = 33.2 \mu s \\ t_c = \left(\frac{1}{2} - \frac{u_{cz,ref}}{V_{dc}} \right) \cdot T_s = 0.863 \cdot T_s = 86.3 \mu s \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta t_{000} = t_a - 0 = \left(\frac{1}{2} - \frac{u_{az,ref}}{V_{dc}} \right) \cdot T_s = 13.8 \mu s \\ \Delta t_{100} = t_b - t_a = \left(\frac{u_{az,ref}}{V_{dc}} - \frac{u_{bz,ref}}{V_{dc}} \right) \cdot T_s = 19.4 \mu s \\ \Delta t_{110} = t_c - t_b = \left(\frac{u_{bz,ref}}{V_{dc}} - \frac{u_{cz,ref}}{V_{dc}} \right) \cdot T_s = 53.1 \mu s \\ \Delta t_{111} = T_s - t_c = \left(\frac{1}{2} + \frac{u_{cz,ref}}{V_{dc}} \right) \cdot T_s = 13.8 \mu s \end{cases}$$

Table 2.4: Current vector increase.

Switch state	Δi_α [A]	Δi_β [A]
000	-2.28	-2.28
100	3.78	-3.21
110	0.77	7.77
111	-2.28	-2.28



Figure 2.28:
Strömvektorer.



Vektorrepresentation (VII)

Modulation med bus-clamped referensvärden

$$u_{i,ref} = \frac{V_{dc}}{2} - \frac{V_{dc}}{T_s} \cdot t_i \Leftrightarrow t_i = \left(\frac{1}{2} - \frac{u_{i,ref}}{V_{dc}} \right) \cdot T_s \Rightarrow$$

$$\begin{cases} u_{az,ref} = 168.7 \text{V} \\ u_{bz,ref} = 23.0 \text{V} \\ u_{cz,ref} = -375.0 \text{V} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_a = \left(\frac{1}{2} - \frac{u_{az,ref}}{V_{dc}} \right) \cdot T_s = 0.275 \cdot T_s = 27.5 \mu\text{s} \\ t_b = \left(\frac{1}{2} - \frac{u_{bz,ref}}{V_{dc}} \right) \cdot T_s = 0.469 \cdot T_s = 46.9 \mu\text{s} \\ t_c = \left(\frac{1}{2} - \frac{u_{cz,ref}}{V_{dc}} \right) \cdot T_s = 1.000 \cdot T_s = 100.0 \mu\text{s} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta t_{000} = t_a - 0 = \left(\frac{1}{2} - \frac{u_{az,ref}}{V_{dc}} \right) \cdot T_s = 27.5 \mu\text{s} \\ \Delta t_{100} = t_b - t_a = \left(\frac{u_{az,ref}}{V_{dc}} - \frac{u_{bz,ref}}{V_{dc}} \right) \cdot T_s = 19.4 \mu\text{s} \\ \Delta t_{110} = t_c - t_b = \left(\frac{u_{bz,ref}}{V_{dc}} - \frac{u_{cz,ref}}{V_{dc}} \right) \cdot T_s = 53.1 \mu\text{s} \\ \Delta t_{111} = T_s - t_c = \left(\frac{1}{2} + \frac{u_{cz,ref}}{V_{dc}} \right) \cdot T_s = 0.0 \mu\text{s} \end{cases}$$

Table 2.5: Current vector increase.

Switch state	$\Delta i_\alpha [\text{A}]$	$\Delta i_\beta [\text{A}]$
000	-4.55	-4.55
100	3.78	-3.21
110	0.77	7.77
111	0.0	0.0

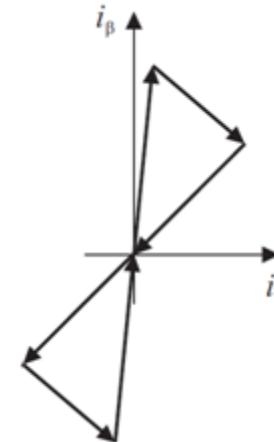


Figure 2.29:
Strömvektorer.

