Likströmsmaskinen (Kap 8)

Användningsområden (I)

DC-maskiner byggs för mycket olika effektområden, allt från *mW* till *MW*. Ett sätt att klassificera dem kan vara efter användningen:

- industriella. Stora generatorer och motorer för valsverk, kranar,verktygsmaskiner med effekter mer än någon *kW*. De är vanligen matade från AC-nätet genom strömriktare;
- småmotorer. Motorer för handverktyg, startmotorer i bilar, hushållsutrustning. De liknar industriella men har enklare konstruktion;
- mycket små motorer i t.ex. leksaker, skivminnen, skrivare, bandspelare, faxmaskiner eller medicinska tillämpningar;
- traktion (t.ex. tåg, spårvagnar, tunnelbanetåg). Motorer för batteridrivna fordon;
- ställdon i reglerkretsar. Ofta utrustade med permanentmagnetfält;
- special. Linjärmotorer, supraledande fältlindningar, speciella konstruktioner;

Användningsområden (II)

Den traditionella fördelen med likströmsmaskiner (eller DC-maskiner) har varit att de är lätta att styra. Svårigheten med dem har varit att de är mer komplicerade att tillverka och underhålla än växelströmsmaskiner på grund av kommutatorer.

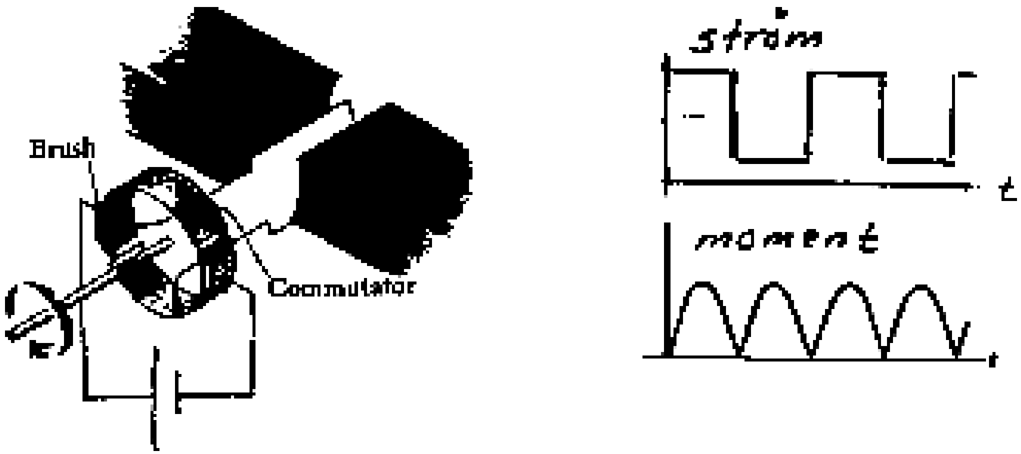
Växelströmsmaskiner å andra sidan har varit svårare att styra men på grund av utvecklingen inom kraftelektroniken har användningen av både asynkron- och synkronmaskiner ökat enormt.

Grundläggande principer (I)

Kommutatorn får strömmen i slingan att byta riktning!

Momentpulsationer $\Rightarrow$ Finare indelning av kommutatorn!

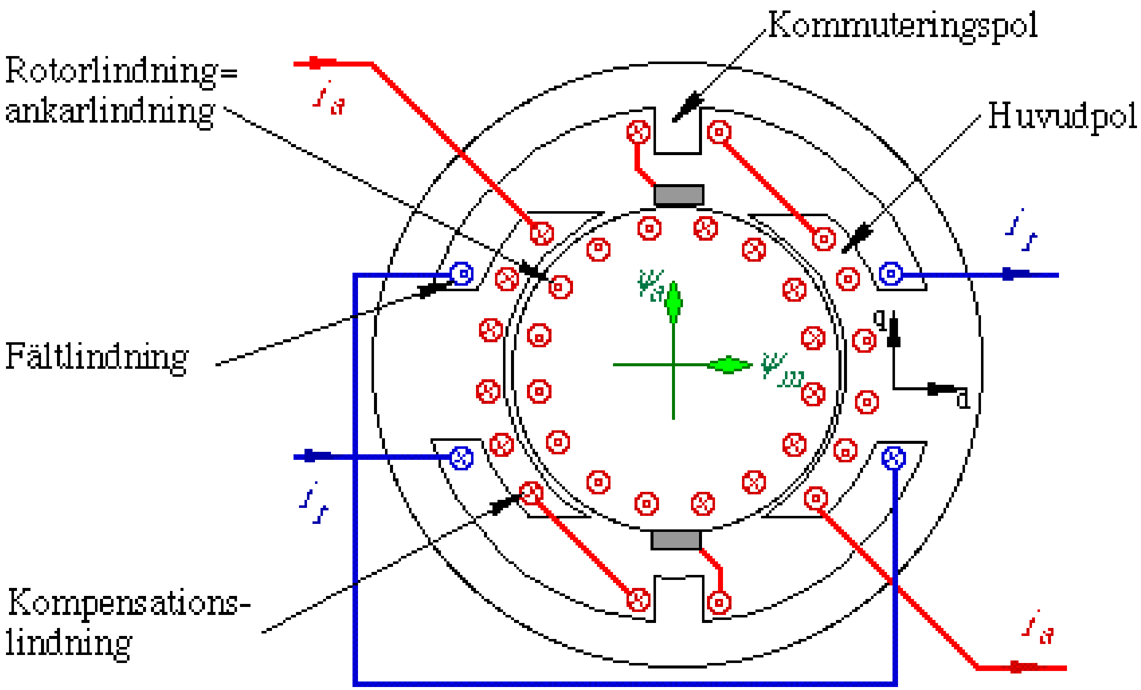
Rotation $\Rightarrow$ Spänning induceras (induktionslagen och Lenz lag)!



Figur 8.1. Grundläggande princip för likströmsmotor. Strömmen i slingan vänds på grund av en enkel kommutator. Vridmomentet fluktuerar som en likriktad sinuskurva.

Grundläggande principer (II) - Konstruktion

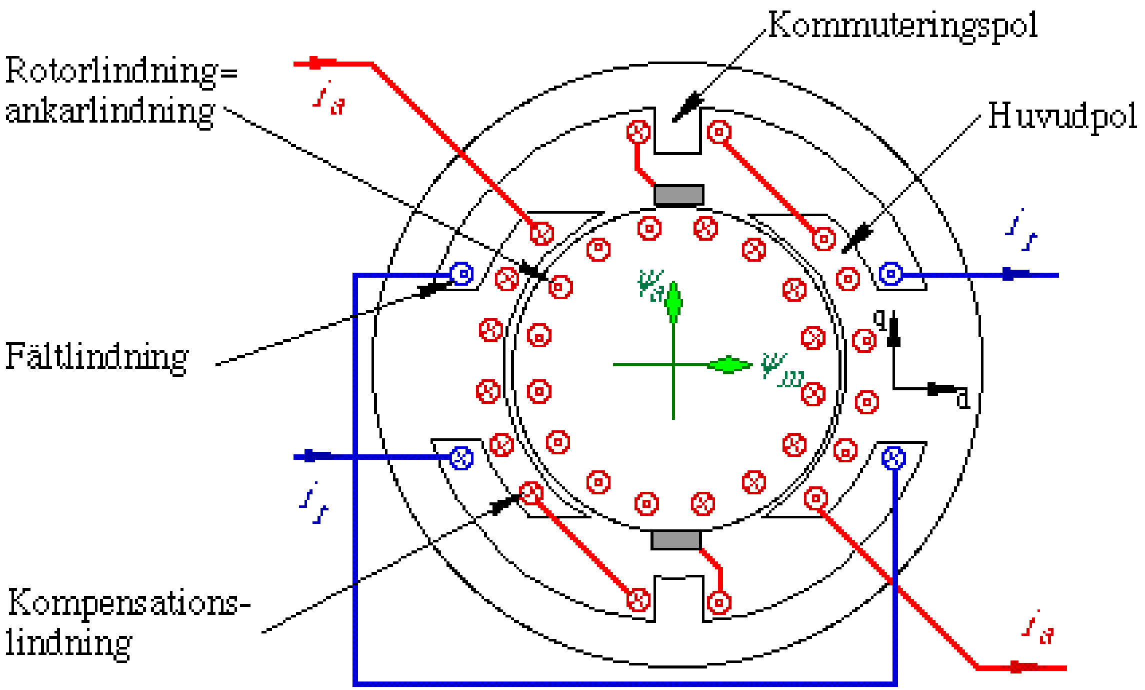
- Rotorlindning (ankarlindning, *eng. armature winding*)
- Statorlindning (fältlindning, *eng. field winding*)
- Fältet kan genereras med hjälp av permanentmagneter
- Kompensationslindning



Figur 8.2. Principbild av genomskuren DC-motor.

Grundläggande principer (III)
- Momentbildning och inducerad spänning

- Vridmoment: $T = \psi_m \cdot i_a$
- Inducerad spänning: $e_a = \psi_m \cdot \omega$



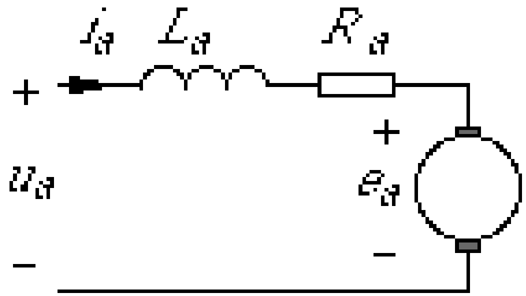
Figur 8.2. Principbild av genomskuren DC-motor.

Grundläggande dynamik (I)
- Rotorkretsen

- Ankarflöde $\psi_a = L_a i_a$
- Spänningsekvationen för rotorkretsen $u_a = R_a \cdot i_a + \dfrac{d\psi_a}{dt} + \omega \cdot \psi_m$
- På tillståndsform kan spänningsekvationen skrivas på två sätt (viktigt om L_a ej konstant!)

$$\frac{d\psi_a}{dt} = u_a - R_a \cdot i_a - \omega \cdot \psi_m$$

$$\frac{di_a}{dt} = \frac{u_a - R_a \cdot i_a - \omega \cdot \psi_m}{L_a} \qquad \tau_a = L_a / R_a$$



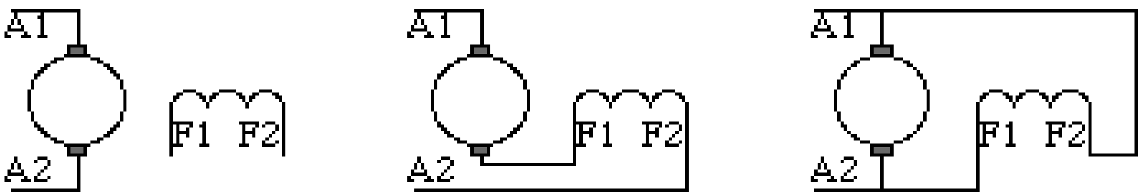
Figur 8.3. Rotorkretsen i en likströmsmotor.

Grundläggande dynamik (II)
- Fältkretsen

- Fältflöde $\psi_f = \psi_m + \psi_{f\lambda} = L_m \cdot i_f + L_{f\lambda} \cdot i_f = L_f \cdot i_f$
- Spänningsekvationen för rotorkretsen $\frac{d\psi_f}{dt} = u_f - R_f \cdot i_f$
- OBS L_f kan vara väldigt stor $L_f = 10\ \mathrm{H}$ ej orimligt!
- Fältströmmen är bara en bråkdel av ankarströmmen. Detta innebär att klenare ledare används för fältlindningen vilket leder till att L_f blir ganska stor!
- Ändå gäller: $\tau_f = L_f / R_f >> \tau_a = L_a / R_a$

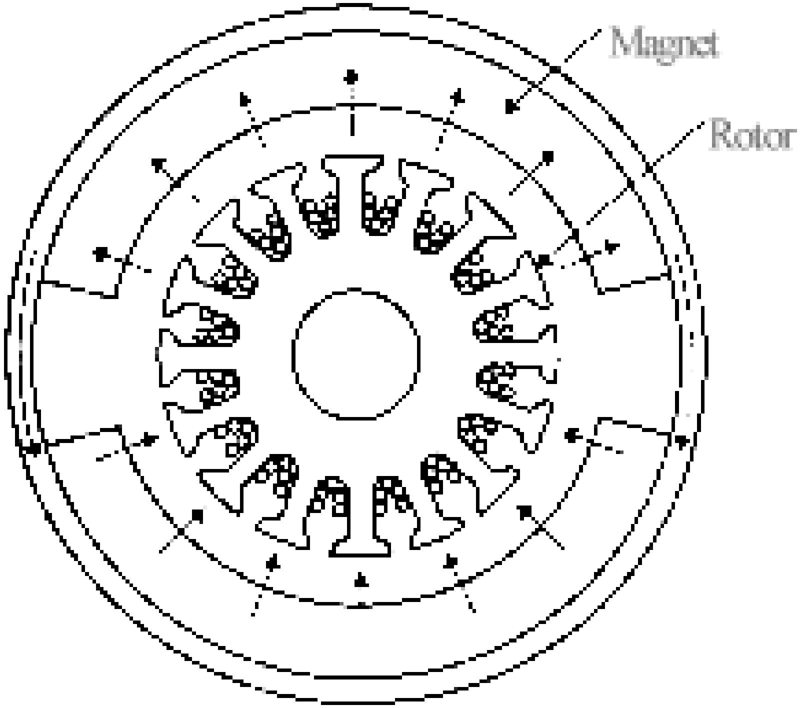
Grundläggande dynamik (III)
- Excitation av fältet

- Separatmagnetiserad
- Seriemagnetiserad
- Shunt-magnetiserad
- Compound-magnetiserad
- Permanentmagnetiserad (även borstlös)

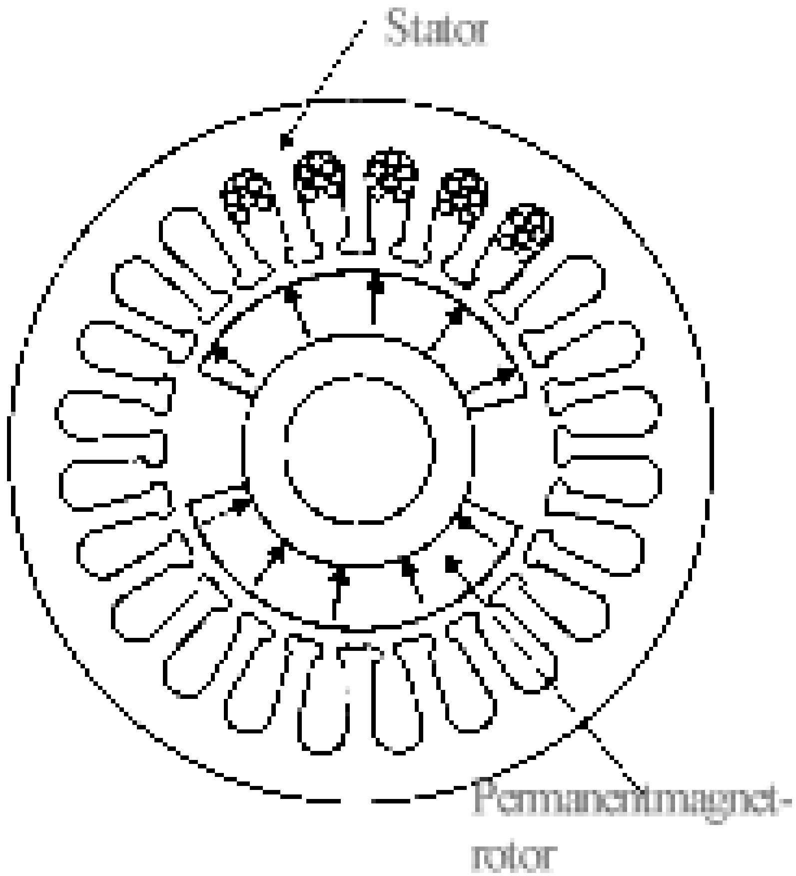


***Figur 8.4**.* Kretsbeskrivning av a) separatmagnetiserad, b) seriemagnetiserad och c) shunt-magnetiserad likströmsmaskin. Notera att rotorlindningens parametrar från figur 8.3 inte är medtagna. A1, A2 och F1, F2 är anslutningarna för rotorlindningen (A) respektive fältlindningen (F).

Grundläggande dynamik (IV)
- Excitation av fältet



Figur 8.5. En PM-motor.



Figur 8.6. En borstlös PM-likströmsmaskin.

Dynamiska modeller (I)

Två fall studeras:

- Separatmagnetiserad likströmsmaskin
- Seriemagnetiserad likströmsmaskin

För båda gäller Newtons andra lag:

$$\frac{d}{dt}(J \cdot \omega) = T_d - T_L$$

I analysen förutsätts att varken stator- eller rotorkretsen mättas vilket betyder att L_f och L_a är konstanta!

Dynamiska modeller (II)
- Separatmagnetiserad LM

Elektriska ekvationerna:

$$T_d = \psi_m \cdot i_a$$

$$e_a = \omega \cdot \psi_m$$

$$\frac{di_a}{dt} = \frac{u_a - R_a \cdot i_a - \omega \cdot \psi_m}{L_a}$$

Eftersom drivande moment och varvtal är kopplat mellan de elektriska ekvationerna och den mekaniska (dvs Newtons andra lag) så är det resulterande dynamiska systemet av andra ordningen!

Dynamiska modeller (III)
- Seriemagnetiserad LM

Fältlindningen och ankarlindningen är seriekopplade $\Leftrightarrow$ samma ström flyter i båda, dvs: $i_f = i_a = i$

OBS: Kommutatorn ser till att fältflödet och ankarflödet är ortogonala trots att samma ström flyter i båda lindningarna.

Eftersom fältflödet ges av: $\psi_m = L_m \cdot i_f$

så kan de elektriska ekvationerna skrivas:

$$T = \psi_m \cdot i_a = L_m \cdot i^2$$

$$e_a = \omega \cdot \psi_m = \omega \cdot L_m \cdot i$$

Observera att för en typisk separatmagnetiserad likströmsmaskin så är $i_f << i_a$ vilket betyder att man inte kan ta en separatmagnetiserad maskin och göra om den till en seriemagnetiserad utan att linda om fältlindningen!

Dynamiska modeller (IV)
- Seriemagnetiserad LM

Den dynamiska ekvationen ges för en seriemagnetiserad likströmsmaskin av:

$$\frac{d}{dt}\left(L_f \cdot i + L_a \cdot i\right) = \left(L_f + L_a\right) \cdot \frac{di}{dt} = u_a - \omega \cdot L_m \cdot i - \left(R_f + R_a\right) \cdot i$$

eftersom fältkretsen är seriekopplad med ankarkretsen.

Observera att: $L_f \cdot i + L_a \cdot i = \psi_f + \psi_a$

Alltså: $$\frac{d}{dt}\left(\psi_f + \psi_a\right) = \frac{d}{dt}\left(L_f \cdot i + L_a \cdot i\right) = \left(L_f + L_a\right) \cdot \frac{di}{dt} = u_a - \omega \cdot L_m \cdot i - \left(R_f + R_a\right) \cdot i$$

Den dynamiska elektriska ekvationen kan alltså skrivas:

$$\frac{di}{dt} = \frac{u_a - \omega \cdot L_m \cdot i - \left(R_f + R_a\right) \cdot i}{\left(L_f + L_a\right)}$$

Dynamiska karaktäristika för likströmsmaskiner med konstant fält

Detta avsnitt (8.5) hör egentligen mest ihop med avsnitt 8.6 " Analys av dynamiken för en likströmsmaskin med konstant fält" som vi spar tills ni gått igenom Laplace-transformation i Reglerteknik!

Dynamiska karaktäristika för likströmsmaskiner med konstant fält (I)

För att kvantifiera dynamiska prestanda för en elektrisk maskin använder man typiskt några av följande mätetal:

- Den elektriska tidskonstanten τ_a
- Anloppstiden τ_{anl}
- Den mekaniska tidskonstanten τ_{mek}
- Strömstigtiden τ_i

Dynamiska karaktäristika för likströmsmaskiner med konstant fält (II)

Den elektriska tidskonstanten definieras som: $\tau_a = \frac{L_a}{R_a}$

För att uppskatta den mekaniska tidskonstanten så antar man att den elektrodynamiska delen av maskinen är momentan (detta är korrekt i meningen $\tau_a << \tau_{mek}$). Alltså försummas inverka av L_a vilket ger:

$$u_a = R_a \cdot i_a + e_a = R_a \cdot i_a + \psi_m \cdot \omega \quad \Rightarrow \quad T_d = \psi_m \cdot i_a = \psi_m \cdot \frac{u_a - \psi_m \cdot \omega}{R_a}$$

Om detta sätts in i den dynamiska ekvationen för den mekaniska delen (dvs Newtons andra lag) får vi:

$$\frac{J \cdot R_a}{\psi_m^2} \cdot \frac{d\omega}{dt} = -\omega + \frac{1}{\psi_m} \cdot u_a - \frac{R_a}{\psi_m^2} \cdot T_L \quad \Rightarrow \quad \tau_{mek} = \frac{J \cdot R_a}{\psi_m^2}$$

Dynamiska karaktäristika för likströmsmaskiner med konstant fält (III)

Anloppstiden definieras som den tid det tar att nå märkvarvtal (ω_n) från stillastående då motorn accelereras med märkmoment (T_n) och maskinen är obelastad ($T_L = 0$):

$$J \cdot \frac{\omega_n}{\tau_{anl}} = T_n \quad \Rightarrow \quad \tau_{anl} = \frac{J \cdot \omega_n}{T_n}$$

Strömstigtiden beräknas ur rotorkretsens elektriska ekvation genom att beräkna strömderivatan vid stillastående ($\omega = 0$). Strömstigtiden är den tid det tar för rotorströmmen att nå märkström (i_n) från 0 då märkspänning (u_n) läggs på vid tiden $t = 0$ (ren räknestorhet!):

$$\frac{i_n}{\tau_i} = \frac{u_n}{L_a} \quad \Rightarrow \quad \tau_i = \frac{L_a \cdot i_n}{u_n}$$

Dynamiska karaktäristika för likströmsmaskiner med konstant fält (IV)

Typiska värden för en (liten) likströmsmaskin:

- Den elektriska tidskonstanten $\tau_a \in [10..60 \text{ ms}]$
- Anloppstiden $\tau_{anl} \in [1..2 \text{ ms}]$ (små servon), $\tau_{anl} \in [100..400 \text{ ms}]$ (ind)
- Den mekaniska tidskonstanten $\tau_{mek} \in [10..20 \text{ ms}]$
- Strömstigtiden $\tau_i \in [1..4 \text{ ms}]$

Dynamiska karaktäristika för likströmsmaskiner med konstant fält (V)

Exempel: Strömökning i likströmsmaskin

En likströmsmotor har följande data:

$L_a = 23$ mH, $R_a = 3.5\ \Omega$, $\psi_m = 0.6$ V/rad/s, $J = 0.0026$ kgm2,

$u_{a,märk} = 200$ V, $i_{a,märk} = 5$ A, $n_n = 2000$ rpm

Motorns vridmoment ska, utgående från t=0, under en period på t_1=0.6 ms ökas till märkmoment. Hur stor spänning ska läggas på rotorn, om den står stilla när strömmen börjar öka? Motivera!

Dynamiska karaktäristika för likströmsmaskiner med konstant fält (VI)

Lösning: Motorns elektriska och mekaniska tidskonstanter är

$$\tau_a = \frac{L_a}{R_a} = \frac{0.023}{3.5}\,\text{ms} = 6.6\,\text{ms} \quad , \quad \tau_{mek} = \frac{J \cdot R_a}{\psi_m^2} = \frac{0.0026 \cdot 3.5}{0.6^2}\,\text{ms} = 25\,\text{ms}$$

Eftersom strömmen skall öka på $0.6\ \text{ms} << \tau_{mek}$ kan man anta att motorn inte hinner börja rotera nämnvärt under tiden strömmen ökar. Därmed är den varvtalsberoende emk:n (e_a) under transienten approximativt noll. Dessutom är den resistiva termen ($Ra \cdot ia$) liten jämfört med strömderivatatermen ($La \cdot dia/dt$). Strömkurvformen kan därför approximeras som en rät linje med lutningen

$$\frac{di_a}{dt} \approx konst = \frac{u_a}{L_a}$$

Efter $t=t_1=0.6\ \text{ms}$ ska motorn ge märkmoment, dvs $i_a(t_1)= i_{a,märk} = 5\ \text{A}$.

Detta ger spänningen: $u_a = L_a \cdot \dfrac{di_a}{dt} = 23 \cdot 10^{-3} \cdot \dfrac{5}{0.6 \cdot 10^{-3}}\ \text{V} = 192\ \text{V}$

Analys av dynamiken för en likströmsmaskin med konstant fält

Detta avsnitt (8.6) spar vi tills ni gått igenom Laplace-transformation i Reglerteknik!

Stationär analys (I)

Vi skall här undersöka de stationära sambanden för några olika typer av likströmsmaskiner. Speciellt skall vi analysera hur vinkelhastigheten beror av styrspänning och av belastningsmoment.

I motorn med konstant fält finns endast en styrvariabel tillgänglig, nämligen den pålagda klämspänningen på rotorkretsen (u_a). Detta brukar kallas ankarstyrning (armature control) eller rotorstyrning. Om man kan manipulera den pålagda fältspänningen u_f kan också fältets storlek (ψ_f) styras. Denna styrning kallas fältstyrning (field control).

Observera att det man menar med ”stationär analys” eller ”stationär drift” är att alla tidsderivator sätts lika med 0!

Stationär analys (II)
- Likströmsmaskin med konstant flöde

Rotorekvationen (i stationäritet dvs då $di_a/dt=0$) ger:

$$\overline{\omega} = \frac{\overline{u}_a - R_a \cdot \overline{i}_a}{\psi_m} \quad \Rightarrow \quad \overline{i}_a = -\frac{\psi_m}{R_a} \cdot \overline{\omega} + \frac{1}{R_a} \cdot u_a$$

Newtons andra lag (i stationäritet dvs då $d\omega/dt=0$) och momentekvationen ger:

$$\overline{T}_d = \psi_m \overline{i}_a = \overline{T}_L$$

Tillsammans ger ovanstående uttryck:

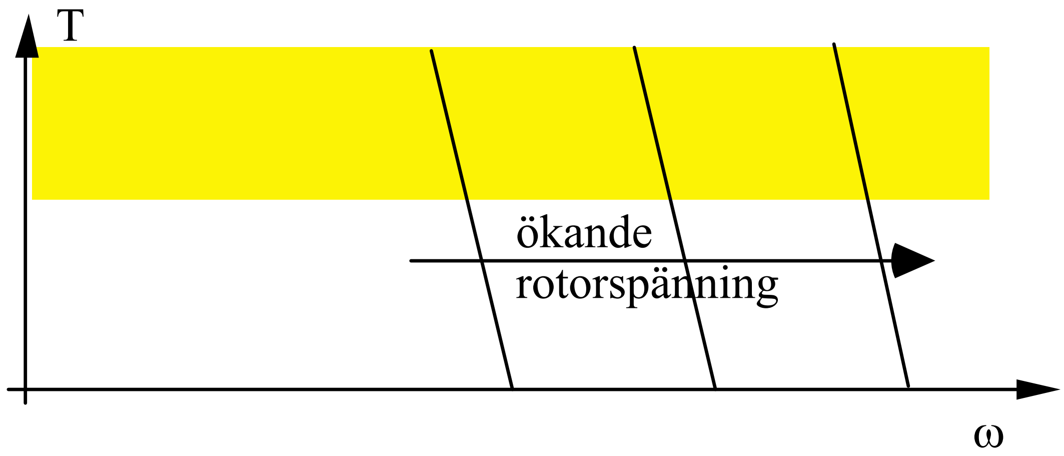
$$\overline{T}_L = -\frac{\psi_m^2}{R_a}\overline{\omega} + \frac{\psi_m}{R_a}\overline{u}_a = -a \cdot \overline{\omega} + b \cdot \overline{u}_a$$

Stationär analys (III)
- Likströmsmaskin med konstant flöde

Uttrycket nedan beskriver lastmomentet som funktion av varvtal och ankarspänning:

$$\overline{T}_L = -\frac{\psi_m^2}{R_a}\overline{\omega} + \frac{\psi_m}{R_a}\overline{u}_a = -a\cdot\overline{\omega} + b\cdot\overline{u}_a$$

Grafiskt kan detta åskådliggöras som räta linjer enligt figuren nedan:



Figur 8.11. Moment som funktion av vinkelhastigheten i stationäritet för en motor med konstant fält.

Stationär analys (IV)
- Likströmsmaskin med konstant flöde

Exempel:Hiss

En konstantmagnetiserad likströmsmotor driver en hiss. Hisslinan rullas upp på en trumma med $r = 0.2\ \mathrm{m}$ radie. Mellan motorn och trumman finns en växel som ger 1 varv på trumman för 50 varv på motorn, dvs utväxlingen □ $\eta = 50$.

Hisskorgens vikt är balanserad med en motvikt. Driften är reglerad så att uppfordringshastigheten är konstant 1 m/s. Vid ett tillfälle drivs hissen **i märkdrift** med rotorströmmen $10\ \mathrm{A}$. Rotorresistansen R_a=$2\ \Omega$ och motorkonstanten $\psi_m = 2\ \mathrm{Vs}$.

Beräkna hur mycket hisspassagerarna väger! Beräkna även motorns märkspänning, märkeffekt och märkvarvtal.

Stationär analys (V)
- Likströmsmaskin med konstant flöde

***Lösning*:**

Eftersom motorströmmen är känd kan momentet beräknas. Genom växelns utväxling och lintrummans radie kan sedan vikten av passagerarna beräknas:

$$T_{el} = \psi_m \cdot i_a = 2 \cdot 10 = 20\ \mathrm{Nm}$$

$$T_{trumma} = \eta \cdot T_{el} = M \cdot g \cdot r$$

$$\Rightarrow M = \frac{\eta \cdot T_{el}}{g \cdot r} = \frac{50 \cdot 20}{9.81 \cdot 0.2} = 510\ \mathrm{kg}$$

Stationär analys (VI)
- Fältstyrning och fältförsvagning

Genom att variera fältströmmen i_f har man ytterligare en styrvariabel tillgänglig. Detta sker genom att ändra på spänningen u_f till fältlindningen.

I modellen för separatmagnetiserade motorn syns detta på att ψ_m kan styras inom vissa gränser.

Syftet med fältstyrningen är att höja motorns vinkelhastighet vid reducerad belastning. Priset för detta är att höja rotorströmmen (eller minska vridmomentet). En minskning av ψ_m medför en ökad sluthastighet och en ökad strömstyrka i rotorn.

Motorn med reducerat fält blir således svagare för en viss ström än med fullt fält. Fältstyrning används dock precis vid sådana fall, när man vill åstadkomma en hög vinkelhastighet.

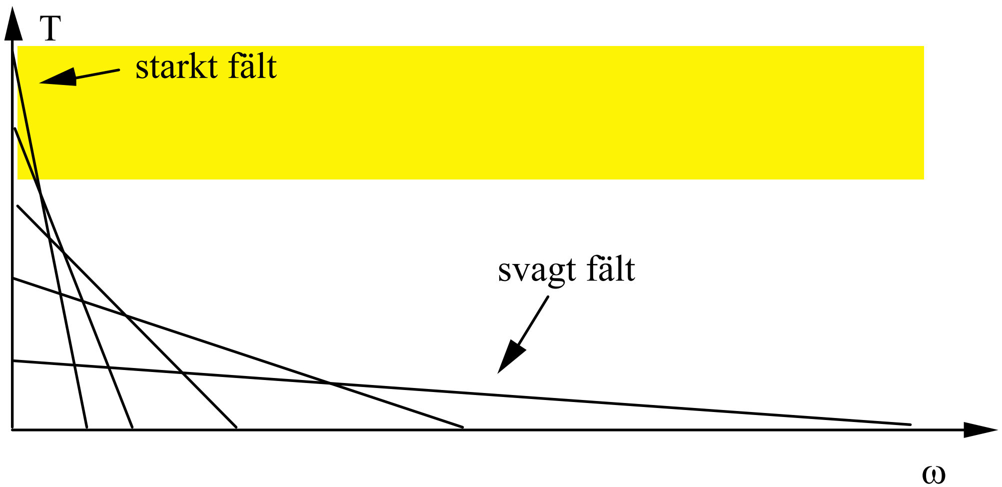
Stationär analys (VII)

- Fältstyrning och fältförsvagning

Observera att uttrycket för lastmomentet som funktion av varvtal och ankarspänning fortfarande gäller:

$$\bar{T}_L = -\frac{\psi_m^2}{R_a}\bar{\omega} + \frac{\psi_m}{R_a}\bar{u}_a = -a\cdot\bar{\omega} + b\cdot\bar{u}_a$$

Om man varierar ψ_m och håller u_a konstant så får man moment-varvtals-samband enlig figuren nedan.



Figur 8.12. Moment som funktion av vinkelhastigheten i stationaritet för en motor vid olika grader av fältförsvagning (minskande ψ_m). Linjära modellen är inte giltig för stora moment (stora strömmar).

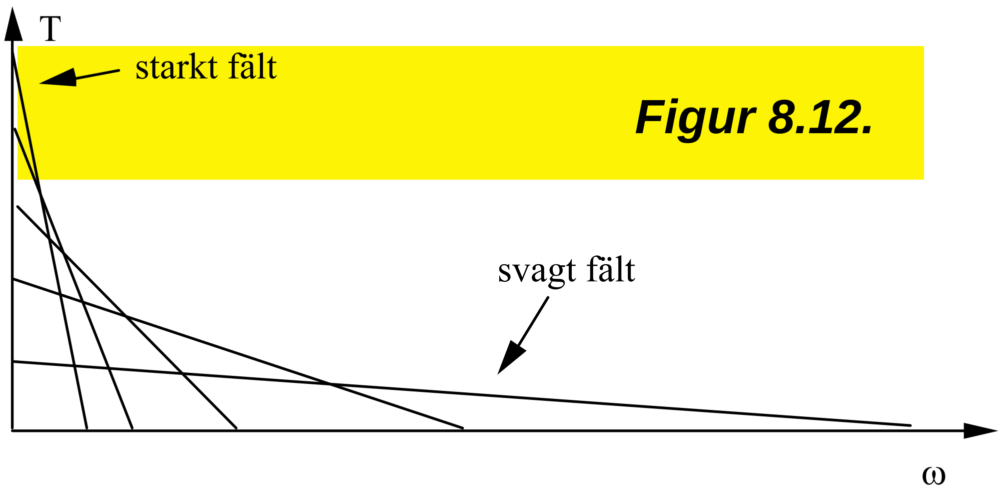
Stationär analys (VIII)

- Fältstyrning och fältförsvagning

Om man tecknar den mekaniska effekten ur det stationära momentet och varvtalet så kommer ψ_m att förkortas bort:

$$\overline{\omega} \cdot \overline{T}_L = \bar{i}_a \cdot \left(\bar{u}_a - R_a \cdot \bar{i}_a\right)$$

Om både ström och spänning hålls konstanta betyder det att även produkten är konstant, vilket betyder *konstant effekt.* Denna funktion kan ses som den hyperbel som begränsar kurvskaran i figur 8.12. Hastigheten kan öka på bekostnad av momentet.



Figur 8.12.

Stationär analys (IX)
- Fältstyrning och fältförsvagning

Både den mekaniska tidskonstanten τ_{mek} och anloppstiden τ_{anl} ökar vid fältförsvagning. Den mekaniska tidskonstanten ökar proportionellt mot $1/\psi_m{}^2$. Detsamma gäller anloppstiden vilket är enkelt att visa. Vi uttrycker fältförsvagningen med en faktor

$$\frac{\psi_m}{\psi_{m,nom}} (\leq 1) \quad \text{[per unit]}$$

där $\psi_{m,nom}$ är den nominella motorkonstanten (utan fältförsvagning). De stationära ekvationerna visar att vinkelhastigheten ω_n vid *nollast* höjs med en faktor $\psi_{m,nom}/\psi_m$. Samtidigt sänks momentet till $(\psi_m/\psi_{m,nom})\cdot T_n$. Den mekaniska anloppstiden blir därmed

$$\tau_{anl} = \frac{J\omega_n}{T_n}\left(\frac{\psi_{m,nom}}{\psi_m}\right)^2$$

Stationär analys (X)
- Seriemaskin

Stationär lösning till seriemaskinens momentekvation:

$$\overline{T} = L_m \cdot \overline{i}^{\,2} = \overline{T}_l$$

Strömmen ökar alltså mindre än för en separatmagnetiserad motor vid en ökande belastning. Rotorekvationen ger tillsammans med momentekvationen ett samband mellan vinkelhastigheten och lastmomentet

$$\overline{T}_l = L_m \cdot \left(\frac{\overline{u}_a}{L_m \cdot \overline{\omega} + R} \right)^2$$

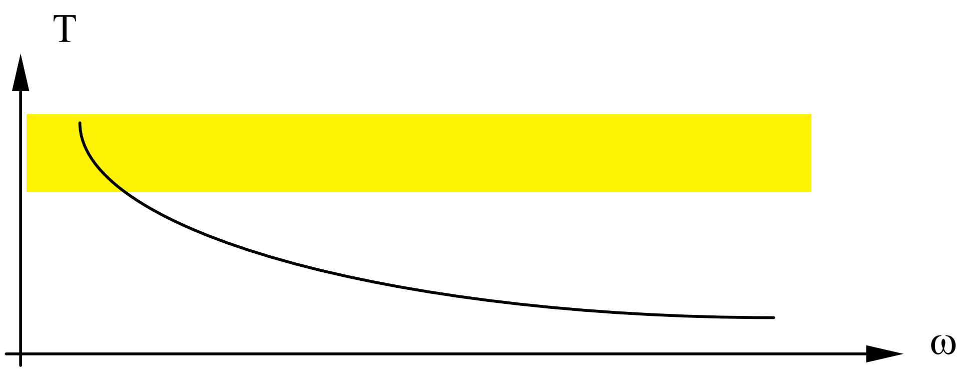
där $R=R_f+R_a$. I tomgång (obelastad motor) antyder ekvationen att hastigheten blir oändlig. Vid större moment minskar hastigheten mot noll. Däremot är inte denna modell giltig vid högre moment, eftersom mättning uppträder.

Stationär analys (XI)
- Seriemaskin

Sambandet mellan vinkelhastigheten och lastmomentet för seriemaskinen, dvs

$$\overline{T}_L = L_m \cdot \left(\frac{\overline{u}_a}{L_m \cdot \overline{\omega} + R} \right)^2$$

åskådliggörs i figuren nedan.



Figur 8.13. Moment som funktion av vinkelhastigheten i stationäritet för en seriemotor. Notera att linjär magnetisering inte är giltig vid högre moment pga magnetisk mättning.