



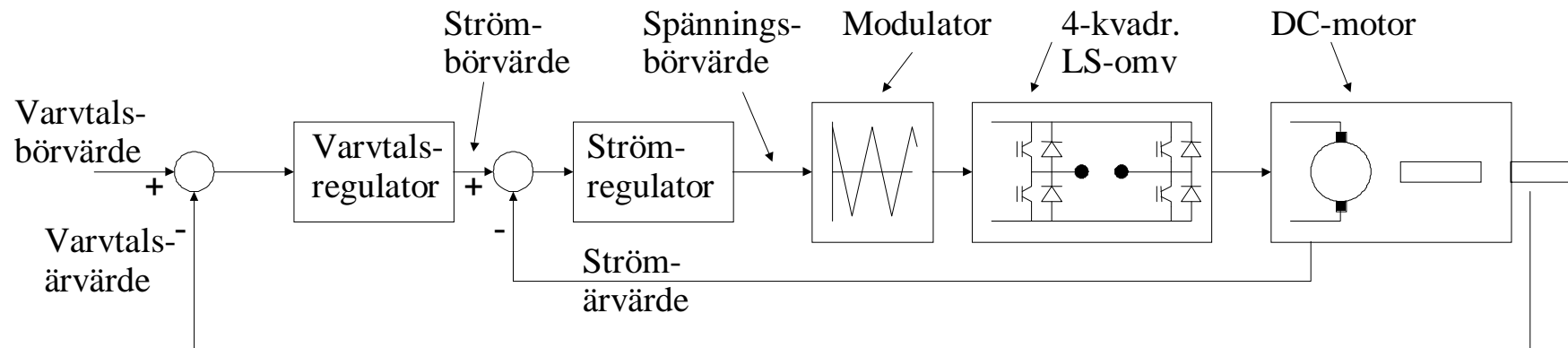
**LUNDS**  
UNIVERSITET

# **F13: Repetition av Elmaskiner och drivsystem**

**(klipp och klistrat)**

# Elektriska drivsystem

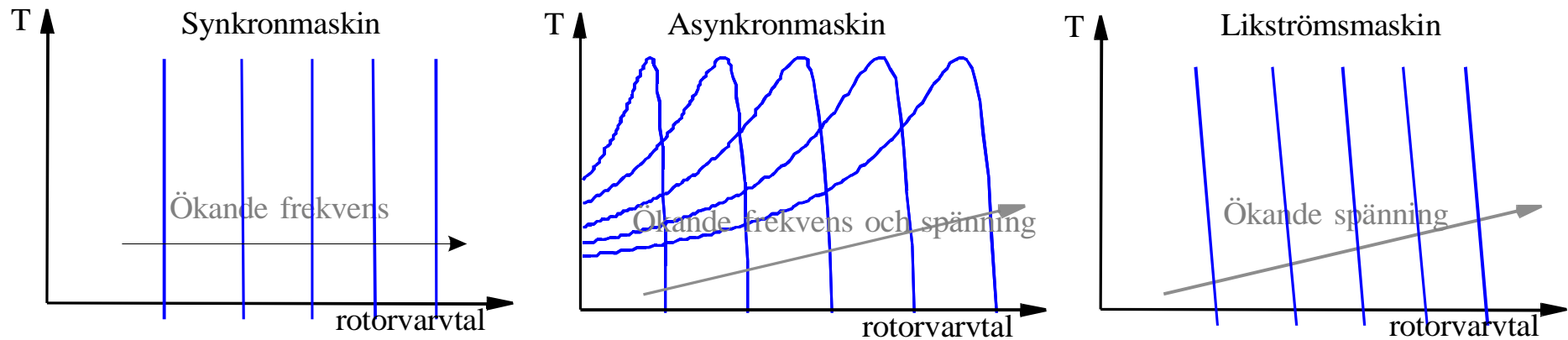
## - Vad är de "röda tråden"?



**Figur 11.2.** Principiellt utseende av drivsystemet för en likströmsmaskin.



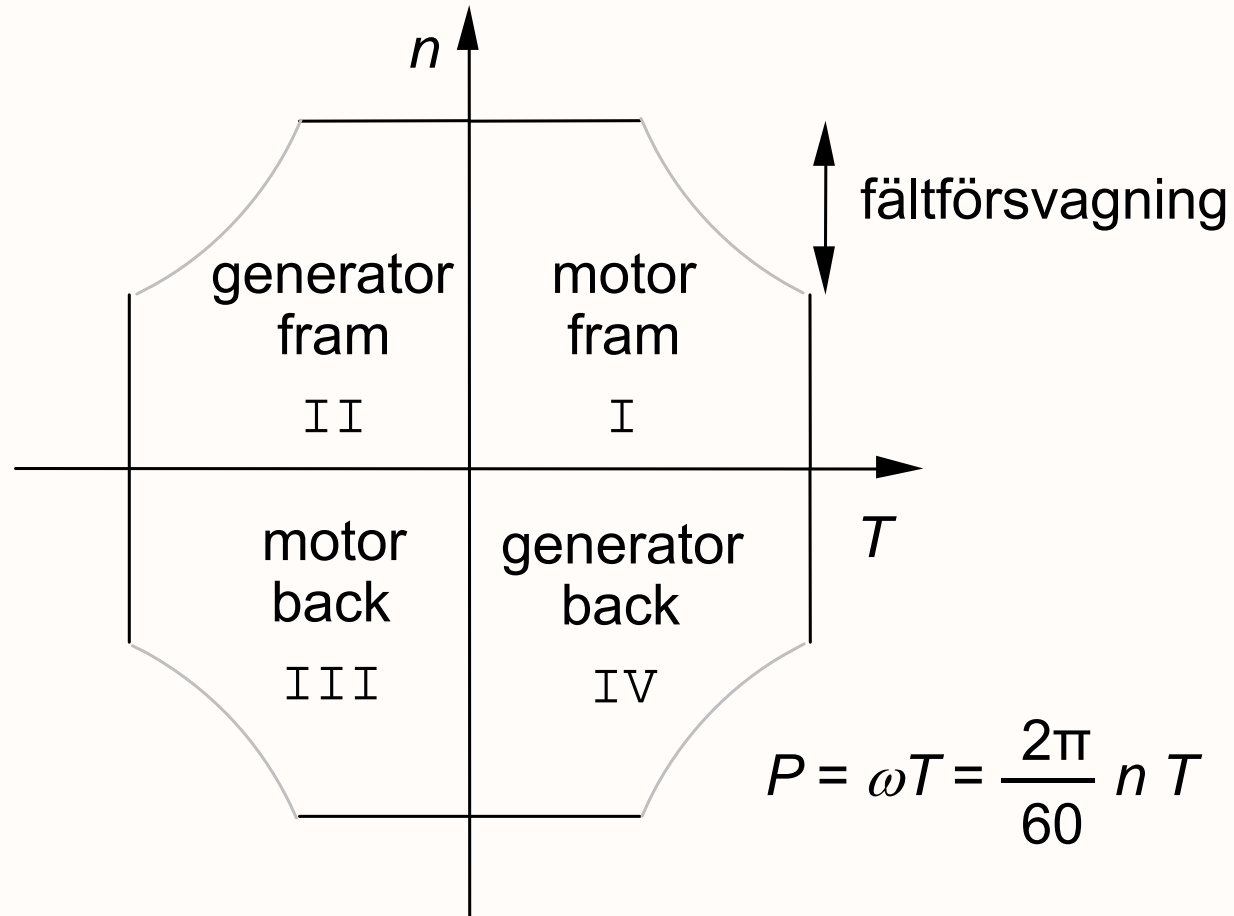
# Elektriska drivsystem - Momentkaraktistik



**Figur 6.5-6.7.** Momentkaraktistik för olika elmaskiner



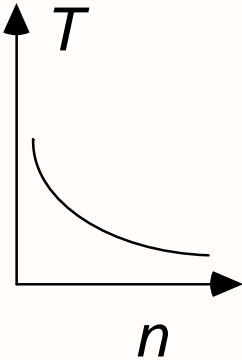
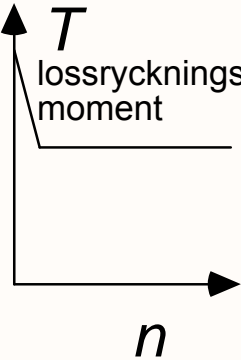
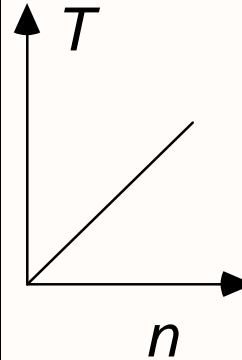
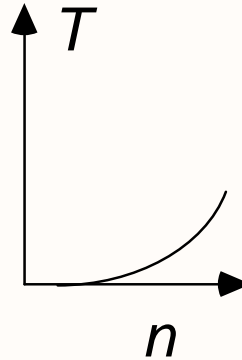
# Driftkvadranter



$$P = \omega T = \frac{2\pi}{60} n T$$

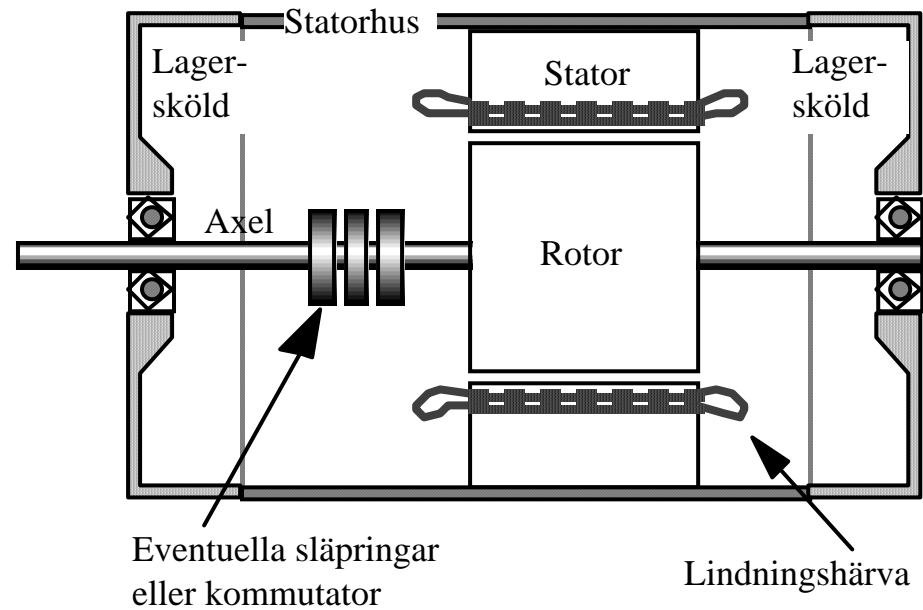


## Lasters mekanik

|                |  |   |  |  |
|----------------|--|---|--|--|
| Effekt-samband | $P = \text{konst}$   | $P \sim n$  | $P \sim n^2$   | $P \sim n^3$   |
| Moment-samband | $T_L \sim 1/n$   | $T_L = \text{konst}$  | $T_L \sim n$   | $T_L \sim n^2$   |
|                |  |  |  |  |
| Exempel        | Hasplar<br>Svarvar<br>Slip-maskiner  | Transport-maskiner<br>Valsverk  | System med viskös friktion   | Pumpar<br>Fläktar  |



# Mekanisk konstruktion



**Figur 7.8.** En elmaskins uppbyggnad.



# Liten repetition

## Magnetiskt flöde, mmk, reluktans

Amperes lag

$$\Sigma I = \oint H ds$$

$$NI = H \cdot l_{fe}$$

$$NI = \frac{B}{\mu} \cdot l_{fe}$$

$$NI = \frac{\Phi}{\mu A} \cdot l_{fe}$$

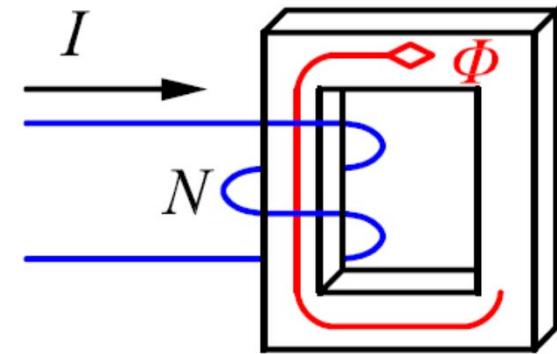
$$NI = \frac{l_{fe}}{\mu A} \cdot \Phi$$

$$F = \mathfrak{R} \cdot \Phi$$

Magnetomotorisk  
kraft, mmk

Reluktans

Flöde

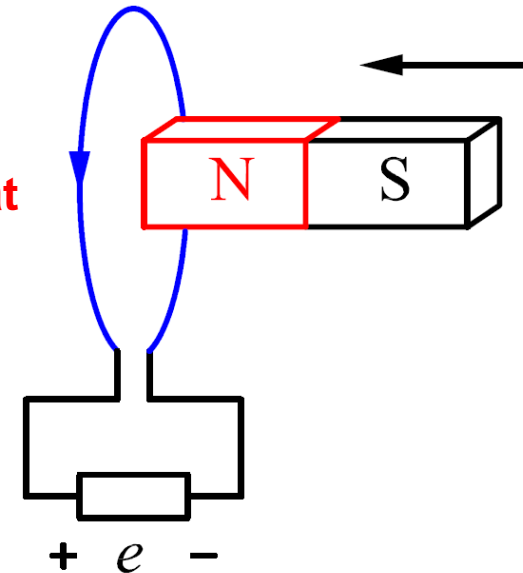


# Induktion:

- Ändring av flödet genom en slinga ger inducerad spänning

$$e = \frac{d\Psi}{dt} = N \frac{d\Phi}{dt}$$

Sammanlänkat flöde



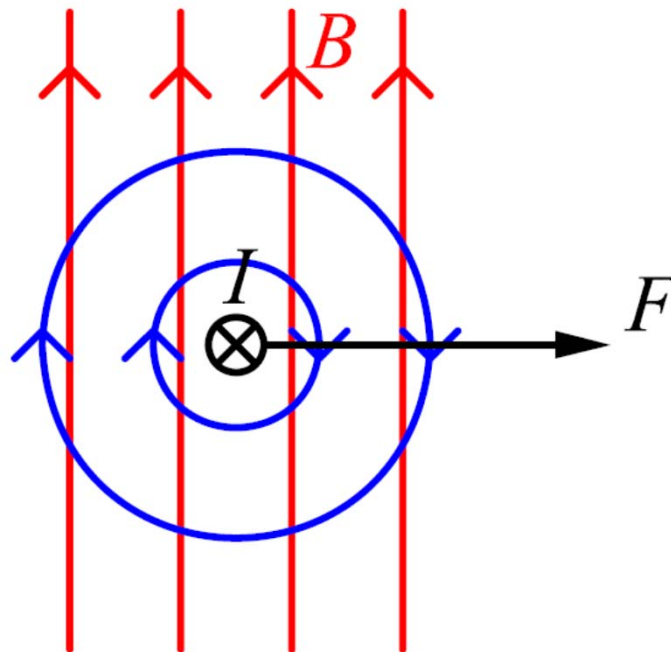
- Konstant flöde ger ingen inducerad spänning
- Snabbare förändring av flödet ger högre spänning
- Fler varv ger högre spänning



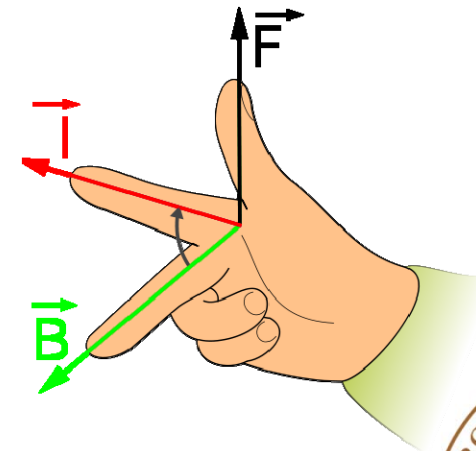


# Magnetisk kraftverkan

- Strömförande ledare i magnetfält
- Kraftverkan vill jämna ut fältfördelningen



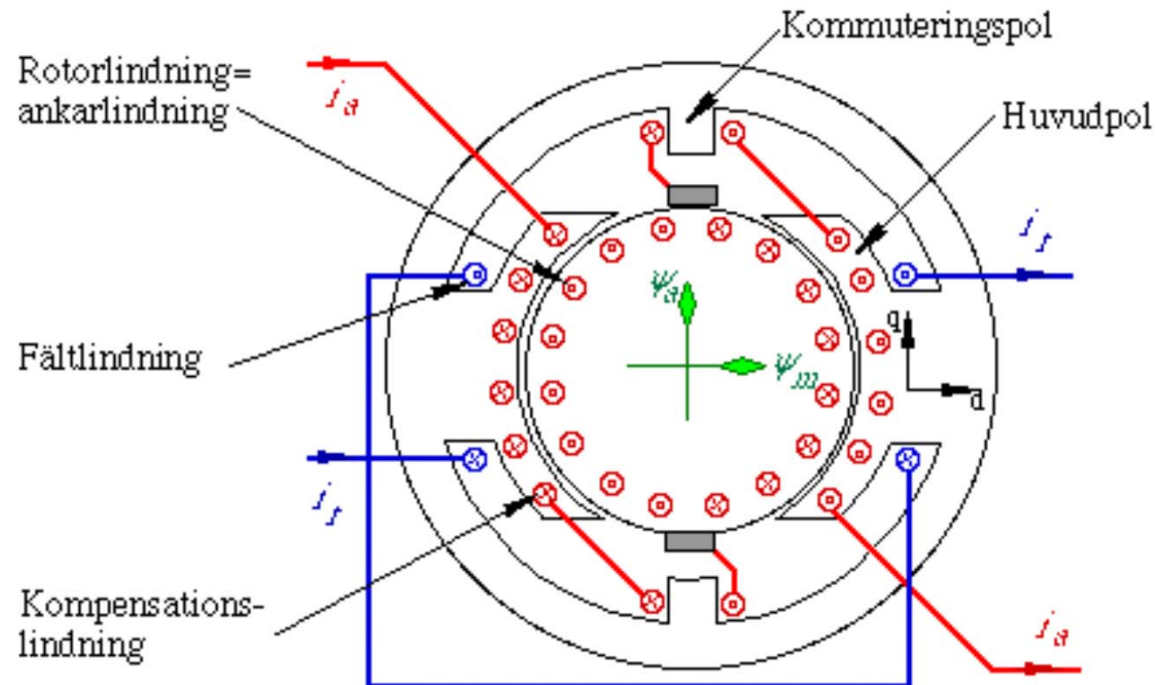
$$F = BIl$$



# Likströmsmaskinen

## - Momentbildning och inducerad spänning

- Vridmoment:  $T = \psi_m \cdot i_a$
- Inducerad spänning:  $e_a = \psi_m \cdot \omega$



**Figur 8.2.** Principbild av genomskuren DC-motor.



# Likströmsmaskinen

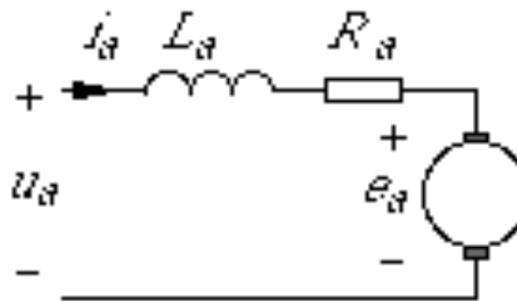
## - Rotorkretsen

- Ankarflöde  $\psi_a = L_a i_a$
- Spänningsekvationen för rotorkretsen  $u_a = R_a \cdot i_a + \frac{d\psi_a}{dt} + \omega \cdot \psi_m$
- På tillståndsform kan spänningsekvationen skrivas på två sätt (viktigt om  $L_a$  ej konstant!)

$$\frac{d\psi_a}{dt} = u_a - R_a \cdot i_a - \omega \cdot \psi_m$$

$$\frac{di_a}{dt} = \frac{u_a - R_a \cdot i_a - \omega \cdot \psi_m}{L_a}$$

$$\tau_a = L_a / R_a$$



**Figur 8.3.** Rotorkretsen i en likströmsmotor.



# Likströmsmaskinen

## - Fältkretsen

- Fältflöde  $\psi_f = \psi_m + \psi_{f\lambda} = L_m \cdot i_f + L_{f\lambda} \cdot i_f = L_f \cdot i_f$
- Spänningsekvationen för rotorkretsen  $\frac{d\psi_f}{dt} = u_f - R_f \cdot i_f$
- OBS  $L_f$  kan vara väldigt stor  $L_f = 10 \text{ H}$  ej orimligt!
- Fältströmmen är bara en bråkdel av ankarströmmen.  
Detta innebär att klenare ledare används för fältlindningen  
vilket leder till att  $L_f$  blir ganska stor!
- Ändå gäller:  $\tau_f = L_f / R_f \gg \tau_a = L_a / R_a$



# Asynkronmaskinen vid sinusmatning

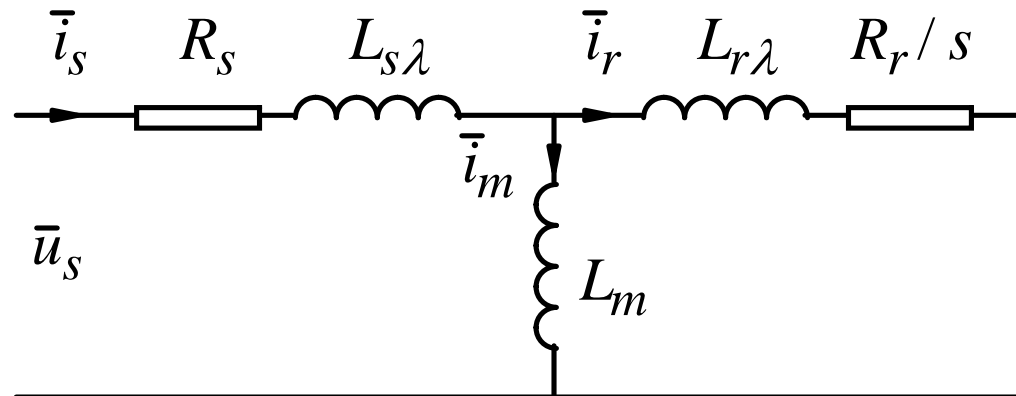
Motorns magnetiseringsström:

Observera likheten med transformatorns ekvivalenta schema!

Om magnetiseringsinduktansen flyttas ut mot till vänster erhålles det förenklade ekvivalenta schemat ( $\Gamma$ -modellen)!

Vilket ger rotorströmmen:

$$\bar{i}_r \approx \frac{\bar{u}_s}{(R_s + R_r/s) + j\omega_1(L_{s\lambda} + L_{r\lambda})}$$



**Figur 10.15.** Ekvivalent schema för en fas



# Asynkronmaskinen vid sinusmatning

## - Effekter (I)

För **EN** (ekvivalent Y-) fas ges den inmatade effekten av:

$$P_{in,fas} = \operatorname{Re}(\bar{u}_s^* \bar{i}_s) = R_s i_s^2 + \frac{R_r}{s} i_r^2$$

Förlusterna i **EN** fas ges av:

$$P_{förl,fas} = R_s i_s^2 + R_r i_r^2$$

Vid stationär drift ändras inte den upplagrade magnetiska energin vilket ger:

$$\begin{aligned} P_2 &= P_{in} - P_{förl} = 3 \cdot P_{in,fas} - 3 \cdot P_{förl,fas} = \\ &= 3 \cdot \left( R_s i_s^2 + \frac{R_r}{s} i_r^2 \right) - 3 \cdot \left( R_s i_s^2 + R_r i_r^2 \right) = 3 \cdot R_r \frac{1-s}{s} i_r^2 \end{aligned}$$

Verklig axeleffekt:

$$P_{ut} = P_2 - P_{friktion}$$

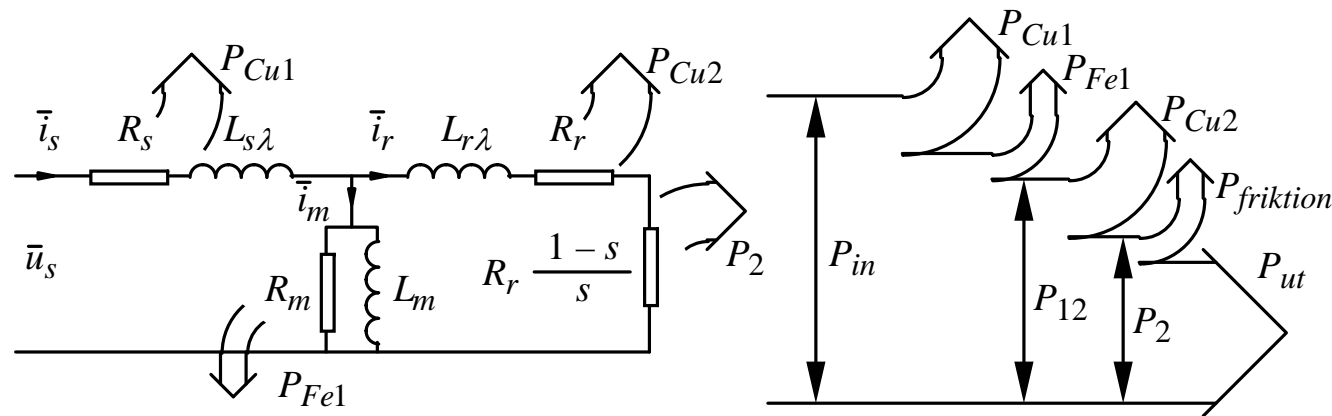


# Asynkronmaskinen vid sinusmatning

## - Effekter (II)

Rita om ekvivalenta schemat på grund av effektuttrycket:

$$P_2 = P_{in} - P_{förl} = 3 \cdot R_r \frac{1-s}{s} \bar{i}_r^2$$



**Figur 10.16.** Ekvivalent schema med olika effekter markerade (*vänster*). Förlustdiagram kallas ibland skorstensdiagram (*höger*).

Observera att järnförlusterna i rotor är mycket låga eftersom  $f_2 = s f_1$  är väldigt låg!

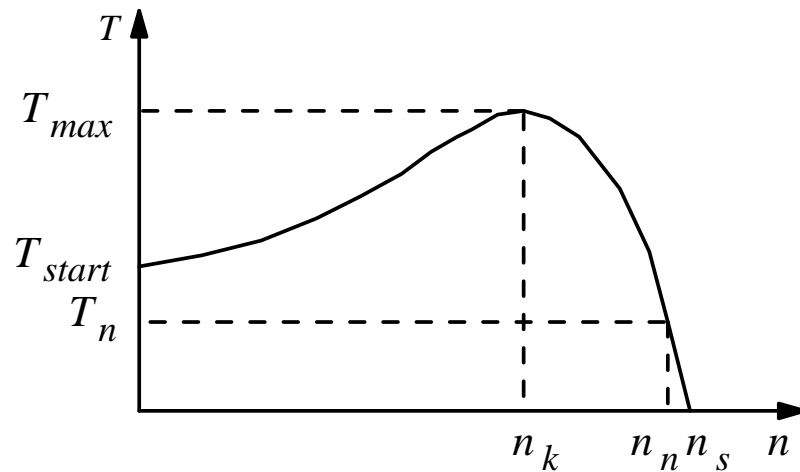


# Asynkronmaskinen vid sinusmatning

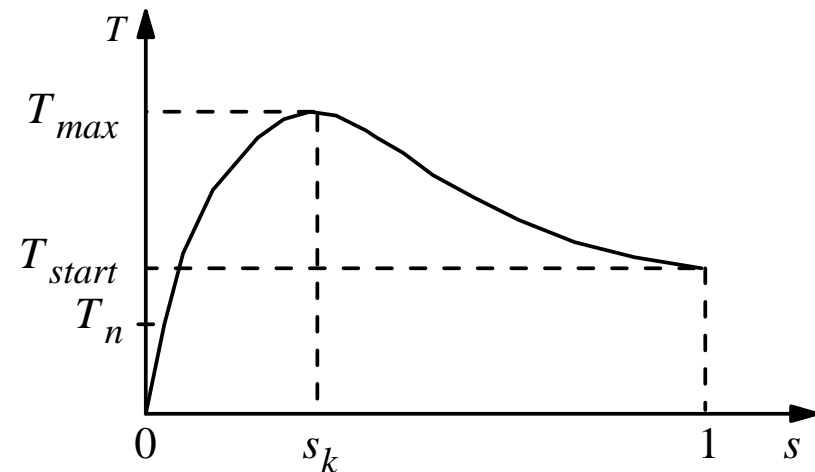
## - Vridmoment

Asynkronmaskinens vridmoment ges av ( $P_{12}$  kallas luftgapseffekt):

$$T = \frac{P_2}{\omega} = \frac{3}{\omega} \frac{1-s}{s} R_r i_r^2 = \frac{3}{\omega_s} \frac{R_r}{s} i_r^2 = \frac{P_{12}}{\omega_s}$$



**Figur 10.17.** Asynkronmaskinens momentkaraktäristik.



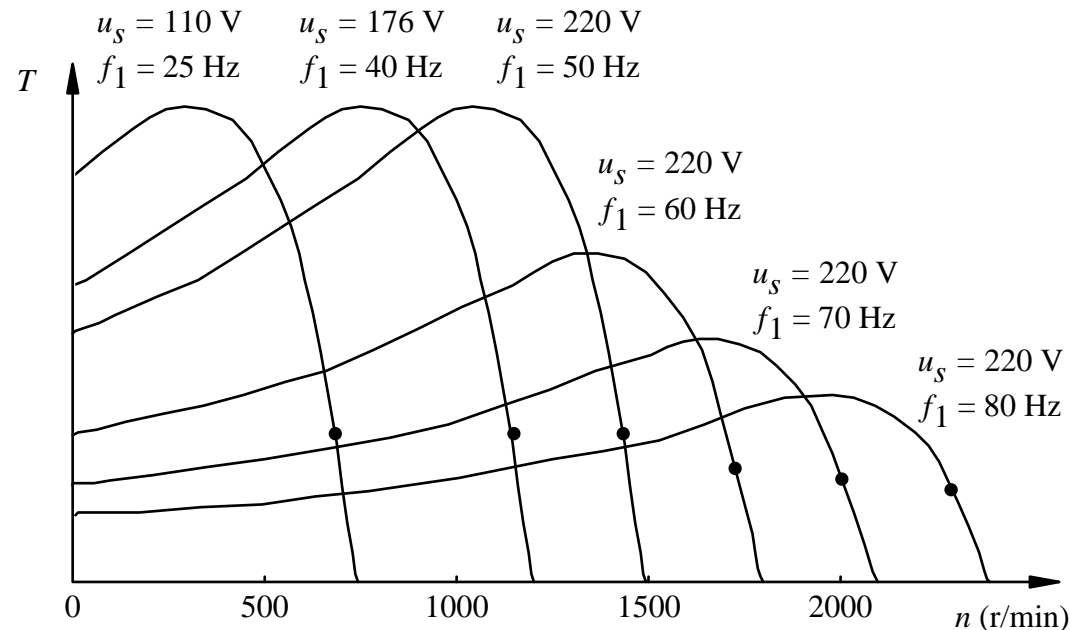
**Figur 10.18.** Moment som funktion av eftersläpning.





# Varvtalsreglering

Enklaste och mest intuitiva sättet att variera en asynkronmaskins varvtal är genom att variera den matande spänningens frekvens! Figur 10.24 visar en momentkurva för en fyrpolig motor matad med olika frekvenser och spänningar. Motorn är avsedd för 220 V, 50 Hz. Denna frekvens brukar kallas basfrekvens. Det synkrona varvtalet blir då 1500 r/min.

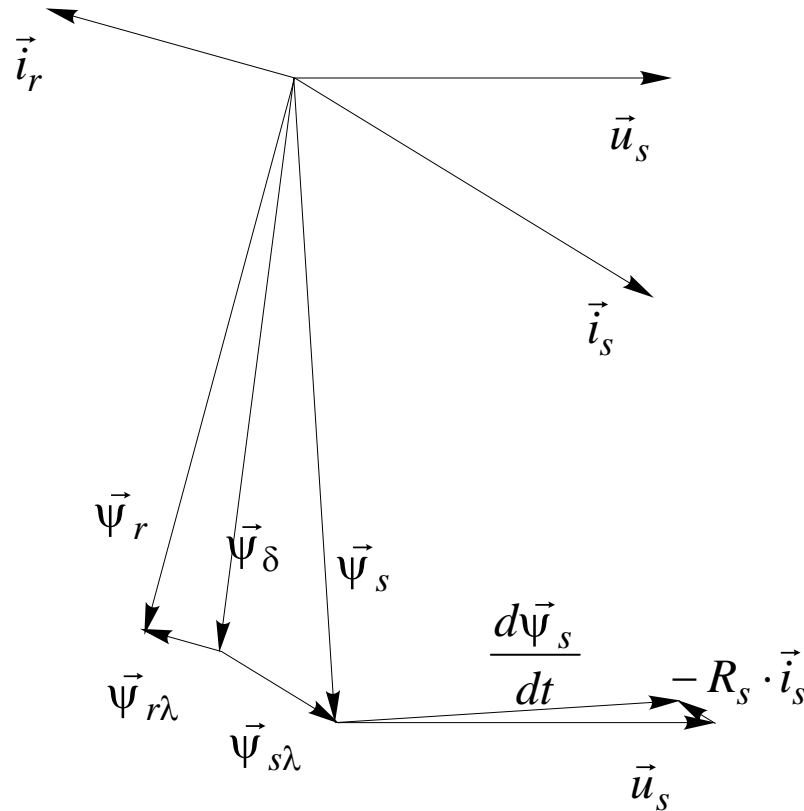


**Figur 10.24.**



# Asynkronmaskinens vektorekvationer

## - Stator- och rotorflöden (i statorkoordinater)



$$\frac{d\vec{\psi}_s}{dt} = \vec{u}_s - R_s \vec{i}_s$$

$$\frac{d\vec{\psi}_r}{dt} = j\omega \vec{\psi}_r - R_r \vec{i}_r$$

$$\vec{\psi}_s = L_s \vec{i}_s + L_m \vec{i}_r$$

$$\vec{\psi}_r = L_r \cdot \vec{i}_r + L_m \cdot \vec{i}_s$$

$$\frac{d}{dt}(J\omega) = \vec{\psi}_s \times \vec{i}_s - T_{last}$$

**Figur 10.13.** Flödes-, spännings- och strömvektorer. Vid stationär drift roterar alla vektorer med konstant vinkelfrekvens  $\omega_s$ , och statorflödets derivata är hela tiden vinkelrät mot statorflödet.



# Synkronmaskinen

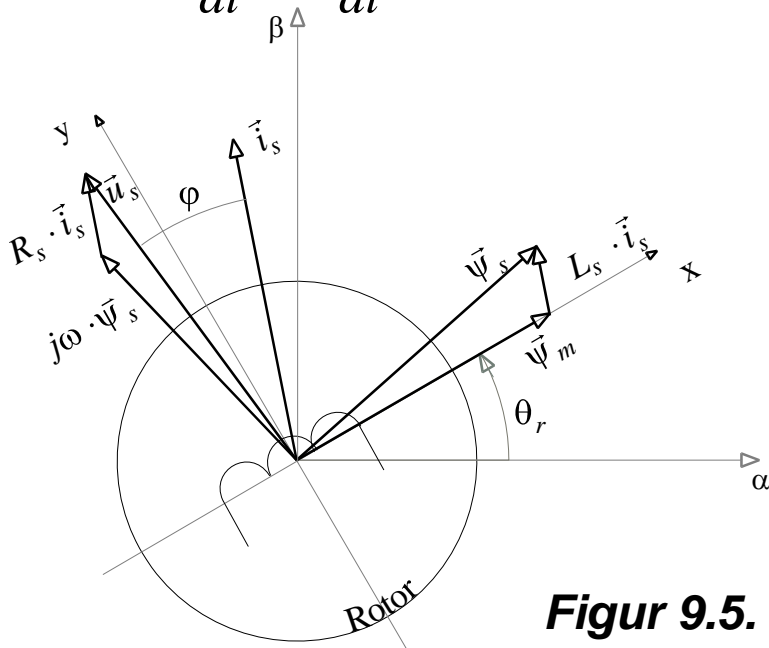
- Matematisk (generell transient) modell

Statorekvationen uttryckt på vektorform i **statorkoordinater** ( $\alpha\beta$ )

$$\frac{d\vec{\psi}_s^s}{dt} = \frac{d}{dt} (\vec{\psi}_\delta^s + L_{s\lambda} \cdot \vec{i}_s^s) = \frac{d\vec{\psi}_\delta^s}{dt} + L_{s\lambda} \cdot \frac{d\vec{i}_s^s}{dt} = \vec{u}_s^s - R_s \cdot \vec{i}_s^s$$

Rotorekvationen uttryckt på vektorform i **rotorkoordinater** ( $xy$ )

$$\frac{d\vec{\psi}_r^{xy}}{dt} = \frac{d}{dt} (\vec{\psi}_\delta^{xy} + L_{r\lambda} \cdot \vec{i}_r^{xy}) = \frac{d\vec{\psi}_\delta^{xy}}{dt} + L_{r\lambda} \cdot \frac{d\vec{i}_r^{xy}}{dt} = \vec{u}_r^{xy} - R_r \cdot \vec{i}_r^{xy}$$



**Figur 9.5.** Vektorer i synkronmaskinen



# Synkronmaskinen

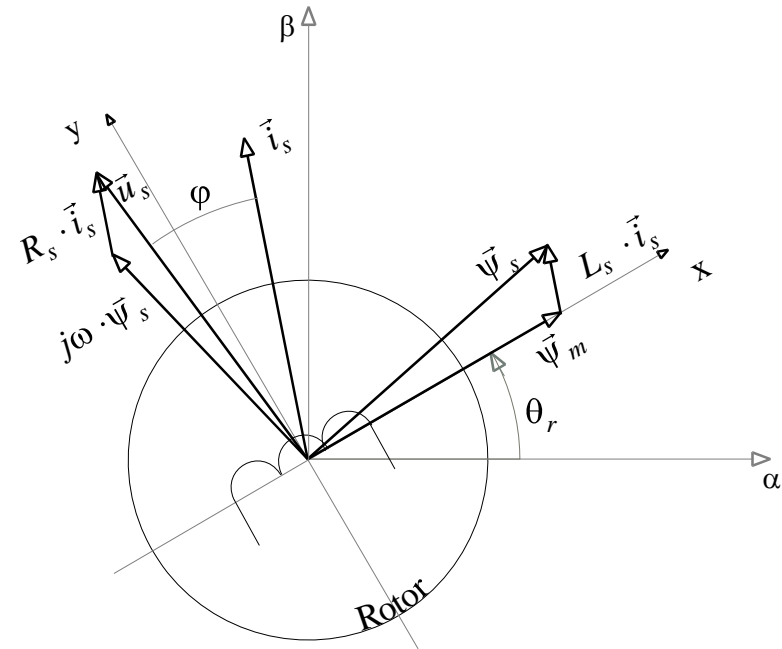
## - Matematisk (generell transient) modell

Samband mellan statorspänning, ström samt flöde på vektorform, i statorkoordinater och i rotorkoordinater:

$$\vec{u}_s^s = \vec{u}_s^{xy} \cdot e^{j\theta_r}$$

$$\vec{i}_s^s = \vec{i}_s^{xy} \cdot e^{j\theta_r}$$

$$\vec{\psi}_s^s = \vec{\psi}_s^{xy} \cdot e^{j\theta_r}$$



**Figur 9.5.** Vektorer i synkronmaskinen

Insättning i statorekvationen ger:

$$\frac{d(\vec{\psi}_\delta^{xy} \cdot e^{j\theta_r})}{dt} + L_{s\lambda} \cdot \frac{d(\vec{i}_s^{xy} \cdot e^{j\theta_r})}{dt} = \vec{u}_s^{xy} \cdot e^{j\theta_r} - R_s \cdot \vec{i}_s^{xy} \cdot e^{j\theta_r} \Rightarrow$$

$$\frac{d\vec{\psi}_\delta^{xy}}{dt} + j \frac{d\theta_r}{dt} \cdot \vec{\psi}_\delta^{xy} + L_{s\lambda} \cdot \frac{d\vec{i}_s^{xy}}{dt} + j \frac{d\theta_r}{dt} \cdot L_{s\lambda} \cdot \vec{i}_s^{xy} = \vec{u}_s^{xy} - R_s \cdot \vec{i}_s^{xy}$$





# Synkronmaskinen

## Transient modell av permanent magnetiserad SM

Permanentmagnetiserad synkronmaskin endast statorekvationen är av intresse

$$\vec{u}_s^{xy} = R_s \cdot \vec{i}_s^{xy} + \frac{d\vec{\psi}_\delta^{xy}}{dt} + j\omega \cdot \vec{\psi}_\delta^{xy} + L_{s\lambda} \cdot \frac{d\vec{i}_s^{xy}}{dt} + j\omega \cdot L_{s\lambda} \cdot \vec{i}_s^{xy}$$

Luftgapsflödet och statorflödet ges av

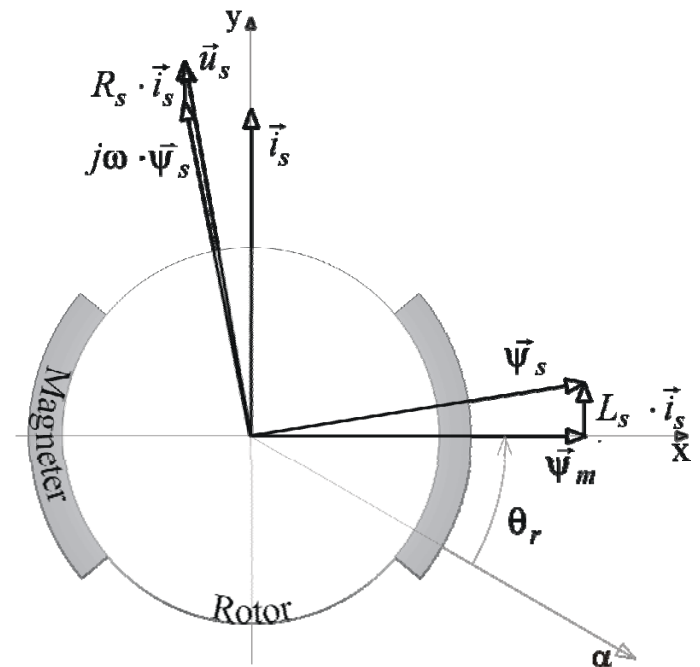
$$\vec{\psi}_\delta = \psi_m + L_m \cdot \vec{i}_s$$

$$\vec{\psi}_s = \vec{\psi}_\delta + L_{s\lambda} \cdot \vec{i}_s$$

Statorekvationen ges av (OBS  $L_s = L_m + L_{s\lambda}$ )

$$\vec{u}_s^{xy} = R_s \cdot \vec{i}_s^{xy} + L_s \cdot \frac{d\vec{i}_s^{xy}}{dt} + j\omega \cdot L_s \cdot \vec{i}_s^{xy} + j\omega \cdot \psi_m$$

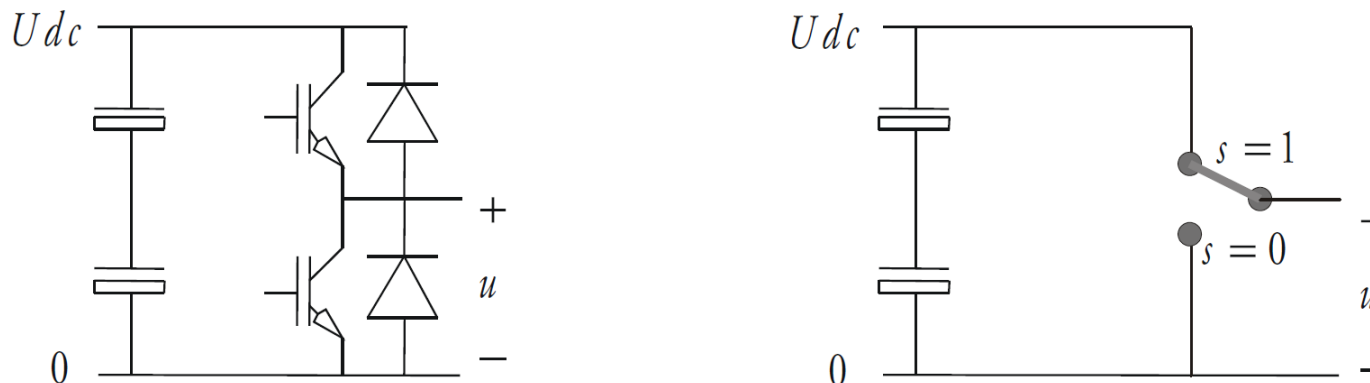
Statorekvationen ovan går att använda nästan "som den är" för motorstyrning i elektriska drivsystem!



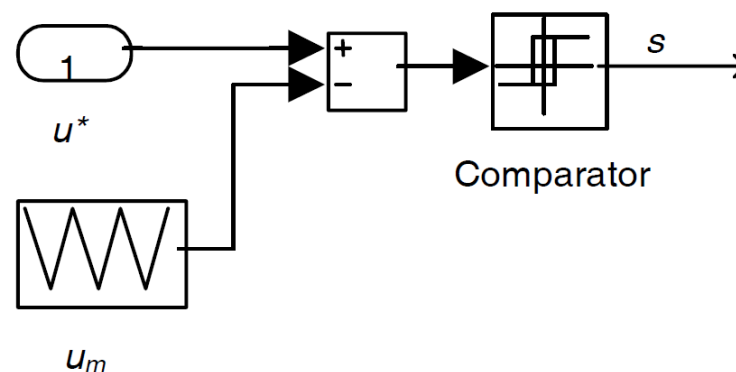
**Figur 9.6.** PMSM i rotorkoordinater



# Tvåkvadrant DC-omvandlare och enkvadrant DC-omvandlare med kontinuerlig ström (CCM)



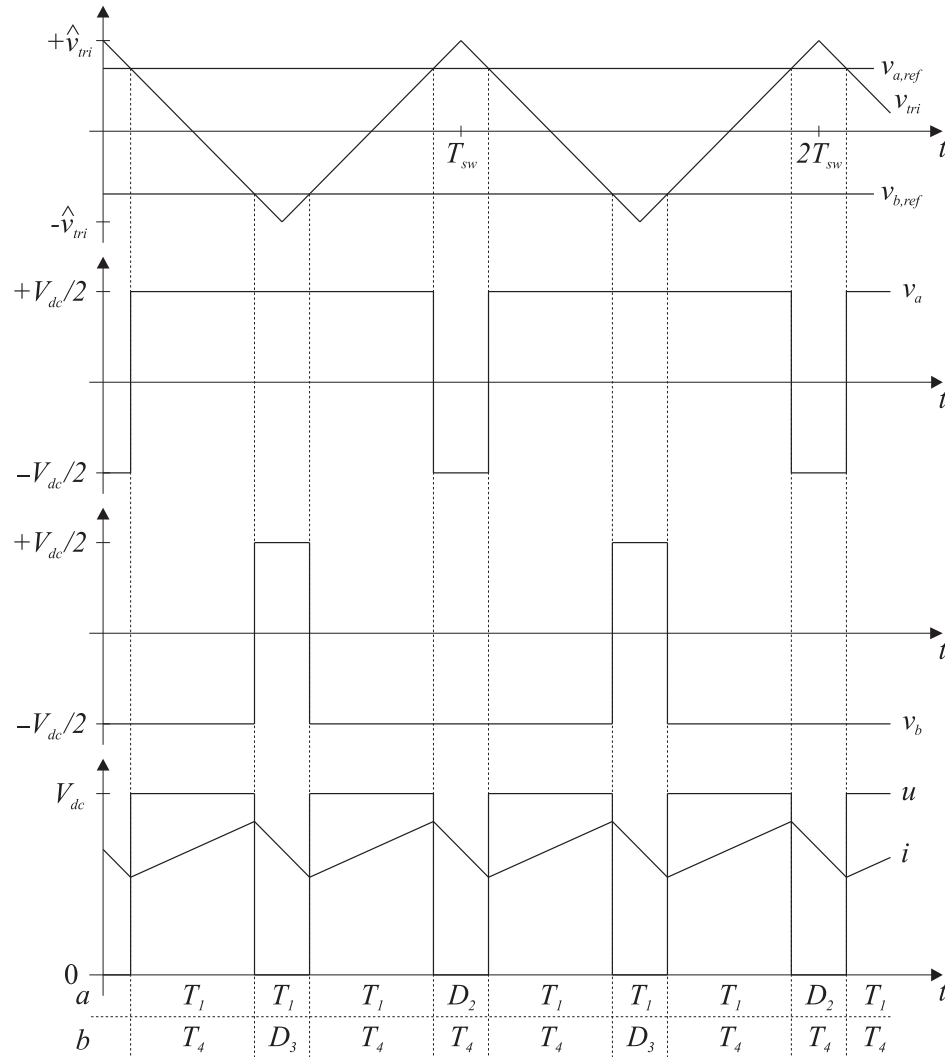
**Figure 2.7:** Tvåkvadrantomvandlare. Switch-ekvivalenten är också giltig för enkvadantomvandlaren om strömmen är kontinuerlig (ansluten drift).



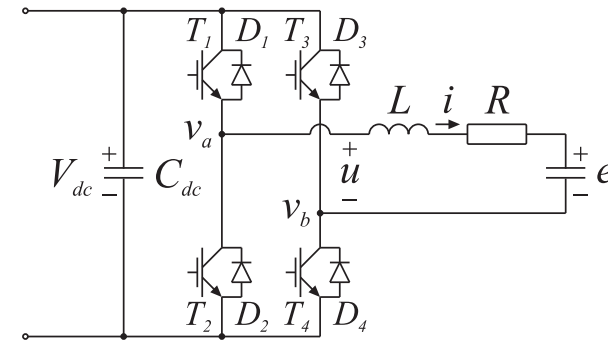
**Figure 2.8:** Generisk struktur för en modulator. Observera att Simulink® symboler används!



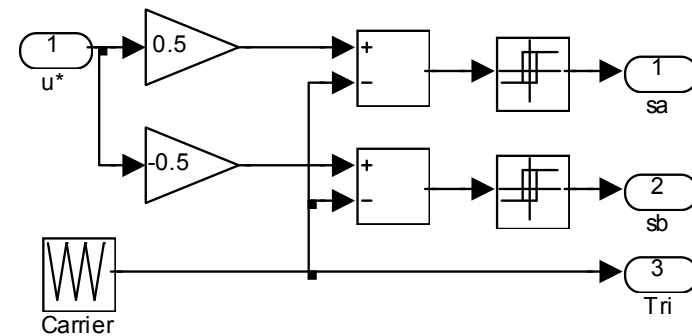
# Fyrkvadrant omvandlare (bryggtyp)



**Figure 2.15:** Modulationsvågformer för en ideal fyrkvadrant DC-DC omvandlare.



**Figure 2.14:** Fyrkvadrant DC-DC omvandlare som används för undersökning av modulation.



**Figure 2.13:** Modulator för en fyrkvadrant DC-DC omvandlare





# Pulse-Width Modulation (PWM)

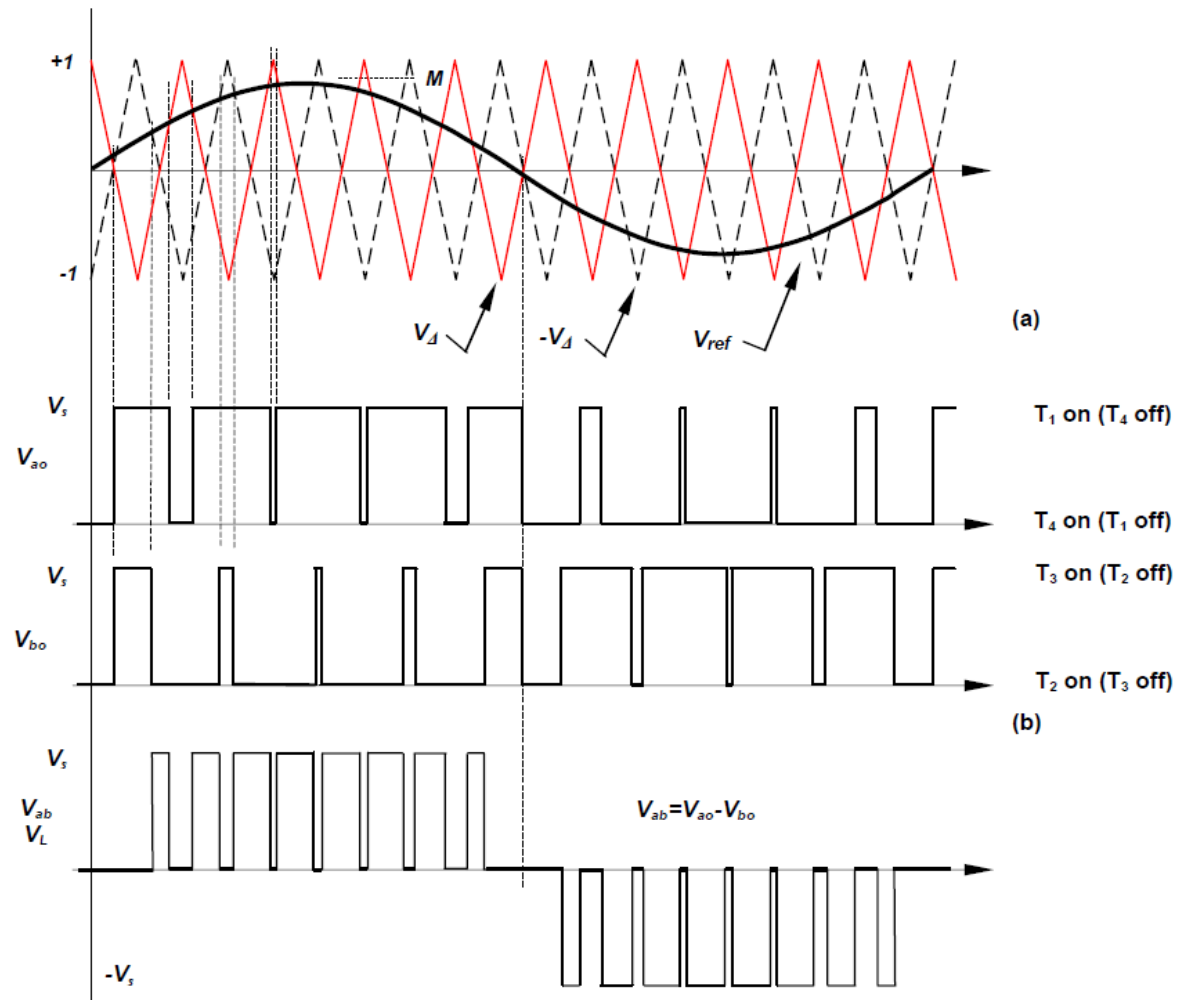


Figure 15.5. Multilevel (3 level) pulse width modulation:  
 (a) carriers and modulation waveforms and (b) resultant load pwm waveforms.



# Trefasig växelriktare - PWM

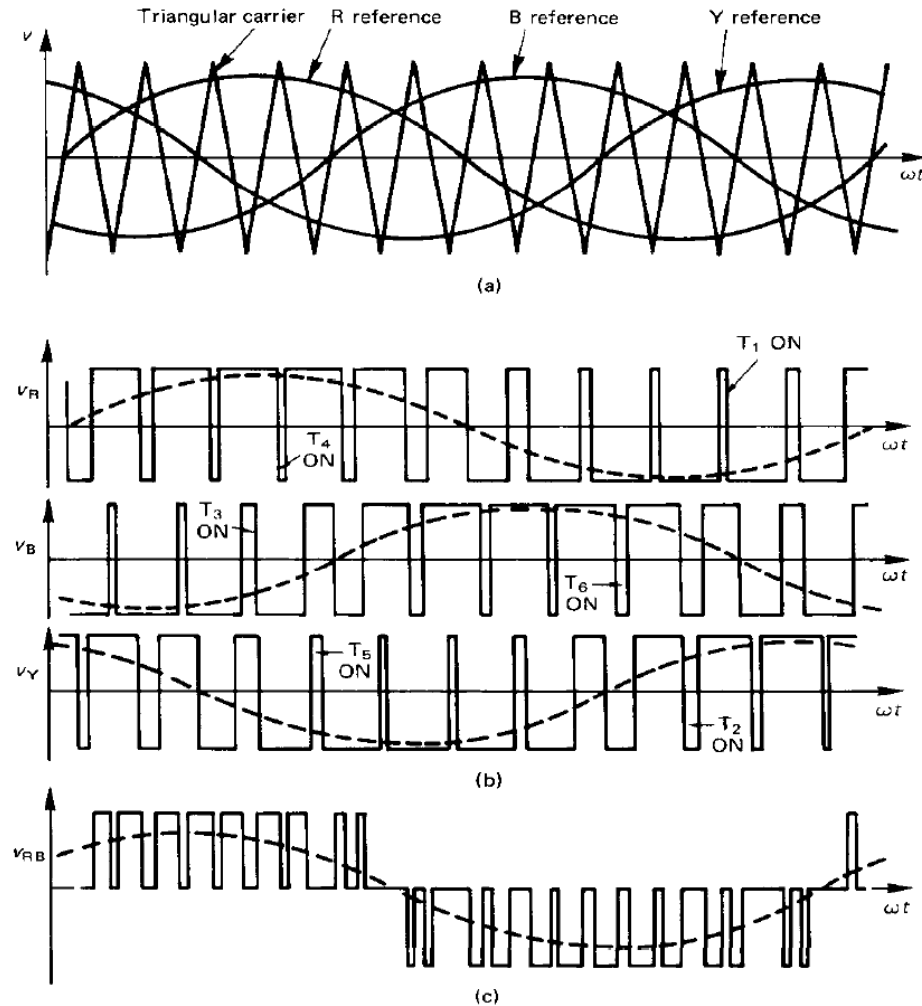
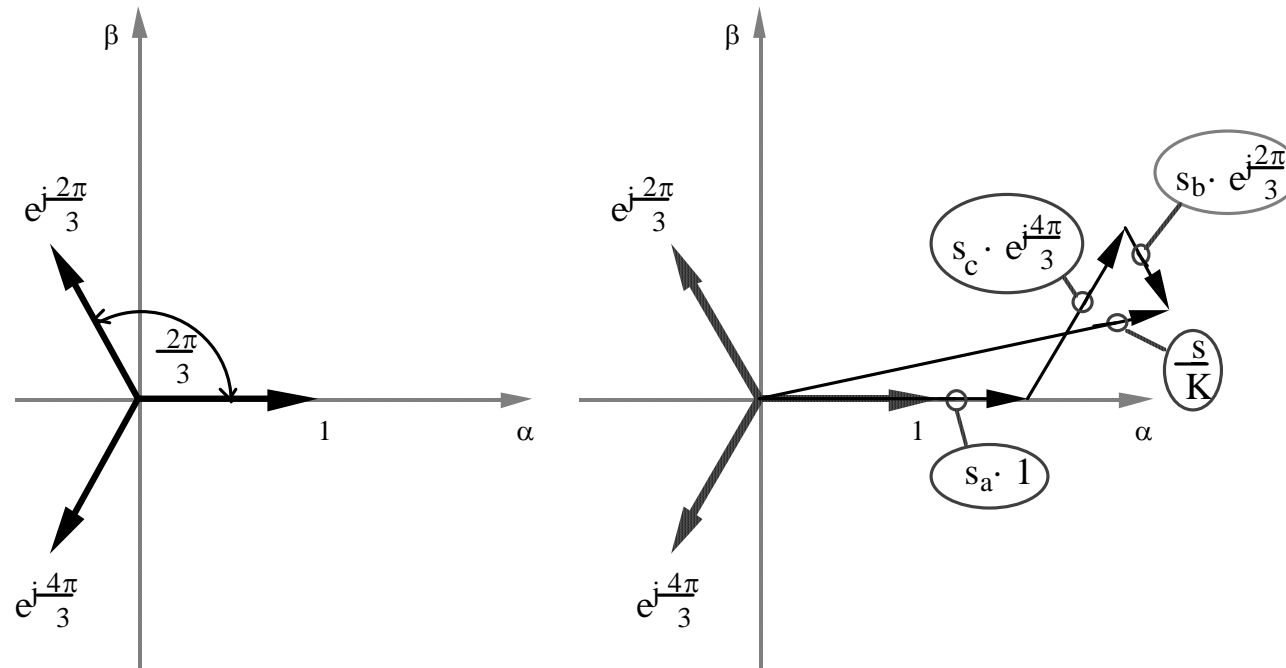


Figure 15.17. Naturally sampled pulse-width modulation waveforms suitable for a three-phase bridge inverter: (a) reference signals; (b) conducting devices and fundamental sine waves; and (c) one output line-to-line voltage waveform.



# Vektorer i trefassystem



**Figur B.16.** Referensriktningar och enhetsvektorer (vänster)  
Vektorn  $\vec{s}$  och dess komponenter (höger).

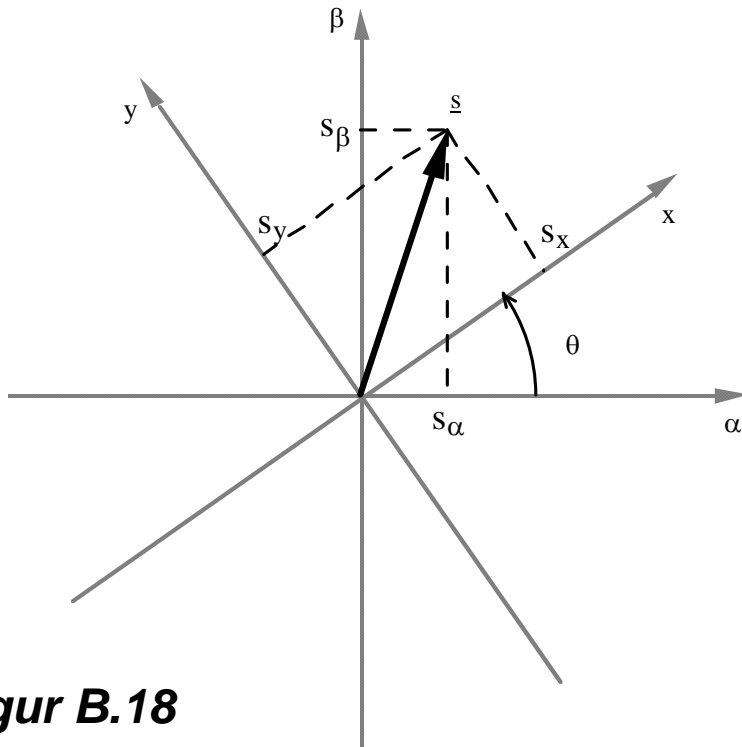
$$\vec{s} = s_\alpha + js_\beta = k \left[ s_a + s_b e^{j\frac{2\pi}{3}} + s_c e^{j\frac{4\pi}{3}} \right]$$

amplitudinvariant:  $k=2/3$ , effektinvariant:  $k = \sqrt{\frac{2}{3}}$



# Vektorer i trefassystem

## - Koordinatransformation



**Figur B.18**

$$\begin{aligned}\vec{s}^{xy} &= s_x + js_y = \vec{s}^{\alpha\beta} e^{-j\theta} = \\ &= (s_\alpha + js_\beta)(\cos\theta - j\sin\theta) = \\ &= (s_\alpha \cos\theta + s_\beta \sin\theta) + j(s_\beta \cos\theta - s_\alpha \sin\theta)\end{aligned}$$

$$\begin{cases} s_x = s_\alpha \cos\theta + s_\beta \sin\theta \\ s_y = -s_\alpha \sin\theta + s_\beta \cos\theta \end{cases}$$

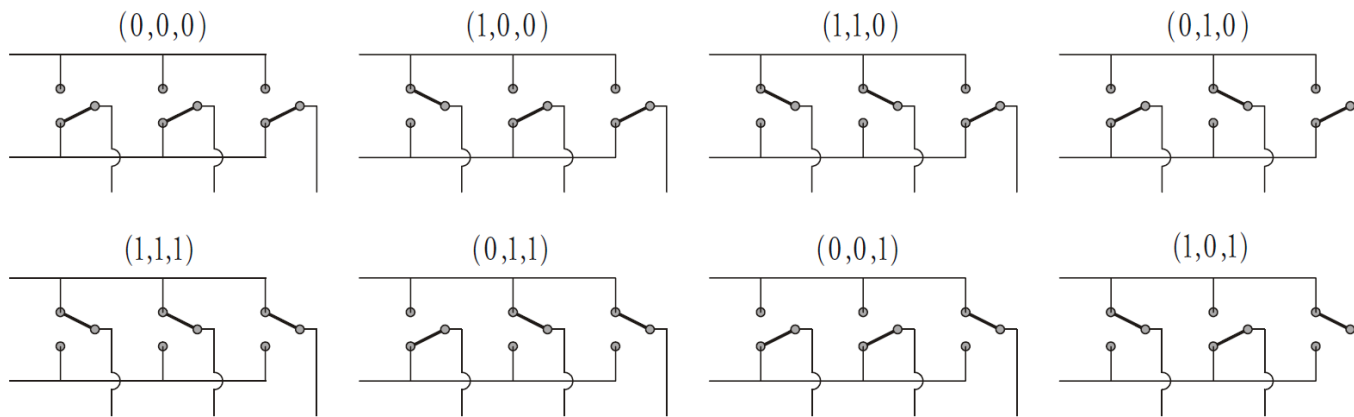
$$\begin{bmatrix} s_x \\ s_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix} = T \cdot \begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} s_\alpha = s_x \cos\theta - s_y \sin\theta \\ s_\beta = s_x \sin\theta + s_y \cos\theta \end{cases}$$

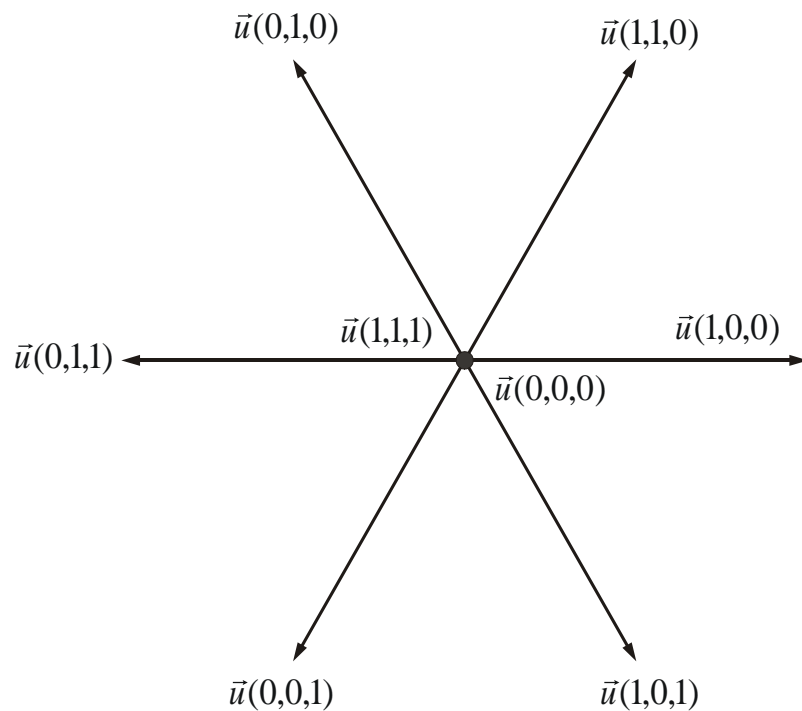
$$\begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_x \\ s_y \end{bmatrix} = T^{-1} \cdot \begin{bmatrix} s_x \\ s_y \end{bmatrix}$$



# Vektorrepresentation



**Figure 2.23:** Åtta kombinationer ...



$$\vec{u}(1,0,0) = \sqrt{\frac{2}{3}} U_{dc} = -\vec{u}(0,1,1)$$

$$\vec{u}(0,1,0) = \sqrt{\frac{2}{3}} U_{dc} \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}} = -\vec{u}(1,0,1)$$

$$\vec{u}(0,0,1) = \sqrt{\frac{2}{3}} U_{dc} \cdot e^{j\frac{4\pi}{3}} = -\vec{u}(1,1,0)$$

$$\vec{u}(0,0,0) = 0 = \vec{u}(1,1,1)$$

**Figure 2.24:** Spänningsvektorer från en trefas, tvånivåomvandlare



# Vektorrepresentation

Table 2.1: Voltage vectors used at  $\omega_1 t = \pi/4$ .

| Switch state | $u_\alpha$                | $u_\beta$                 |
|--------------|---------------------------|---------------------------|
| 000          | 0                         | 0                         |
| 100          | $\sqrt{2/3} \cdot V_{dc}$ | 0                         |
| 110          | $1/\sqrt{6} \cdot V_{dc}$ | $1/\sqrt{2} \cdot V_{dc}$ |
| 111          | 0                         | 0                         |

Table 2.2: Converter specification.

|                        |           |         |
|------------------------|-----------|---------|
| DC link voltage        | $V_{dc}$  | 750 V   |
| Grid peak voltage      | $\hat{e}$ | 325 V   |
| Grid frequency         | $f_1$     | 50 Hz   |
| Switching frequency    | $f_{sw}$  | 5000 Hz |
| Line filter inductance | $L$       | 1.7 mH  |

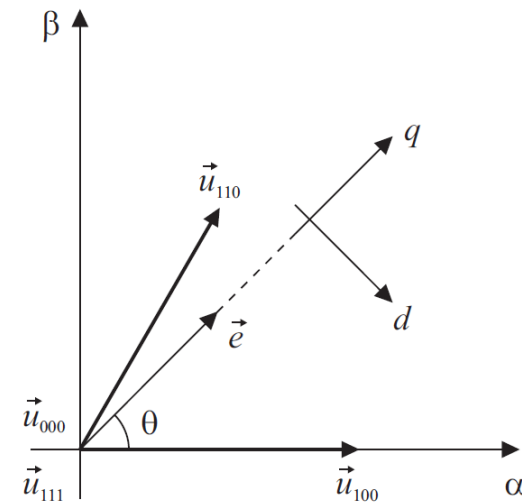


Figure 2.25: Nätspänningsvektorn och omvandlarens utspänningsvektor vid  $\omega_1 t = \pi/4$ .

$$u_{i,ref} = \frac{V_{dc}}{2} - \frac{V_{dc}}{T_s} \cdot t_i \Leftrightarrow t_i = \left( \frac{1}{2} - \frac{u_{i,ref}}{V_{dc}} \right) \cdot T_s$$

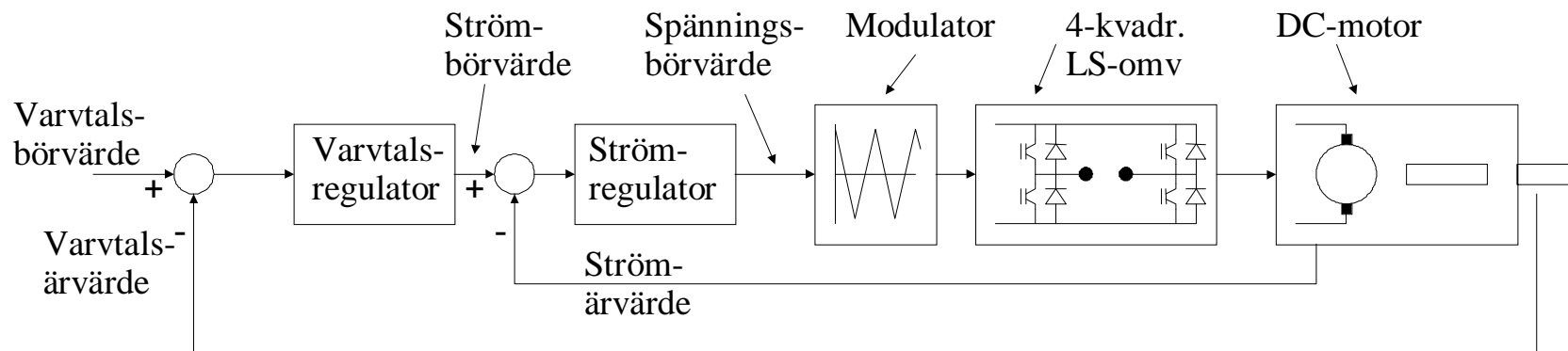
$$\bar{u}^{\alpha\beta} - L \frac{d}{dt} \bar{i}^{\alpha\beta} - R \bar{i}^{\alpha\beta} - \bar{e}^{\alpha\beta} \approx \bar{u}^{\alpha\beta} - L \frac{d}{dt} \bar{i}^{\alpha\beta} - \bar{e}^{\alpha\beta} = 0$$

$$\begin{cases} \frac{\Delta i_\alpha}{\Delta t} = \frac{1}{L} (u_\alpha - e_\alpha) \\ \frac{\Delta i_\beta}{\Delta t} = \frac{1}{L} (u_\beta - e_\beta) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta i_\alpha = \frac{1}{L} (u_\alpha - e_\alpha) \Delta t \\ \Delta i_\beta = \frac{1}{L} (u_\beta - e_\beta) \Delta t \end{cases}$$



# Kaskadreglering

- Snabbaste loopen innerst (den elektriska tidskonstanten minst alltså är ström-loopen snabbast).
- Yttre loopen skapar börvärde till den inre. Varvtalsregulatorns utsignal är ett momentbörvärde (prop. mot strömbörvärde).
- En eventuell positionsregler-loop hade hamnat utanför varvtals-loopen dvs utsignalen från positionsregulatorn är ett varvtalsbörvärde.



**Figur 11.2.** Principiellt utseende för drivsystemet för en likströmsmaskin



# Varvtalsreglering

## PI-regulator

Varvtalsreglersystemet på blockschemaform med momentregler-loopen modellerad som momentan visas i figuren nedan

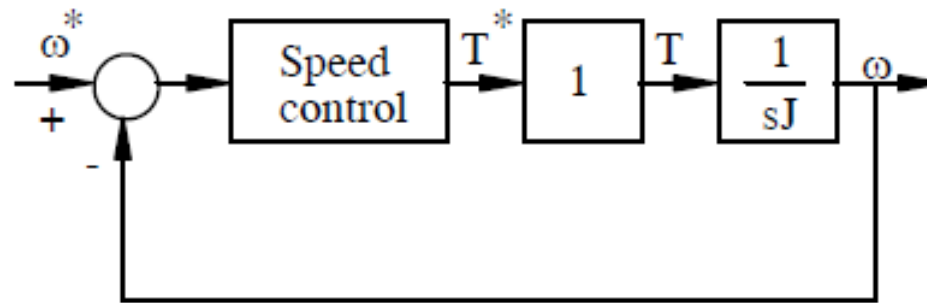


Figure 9.3: The speed control system.

Det slutna systemets överföringsfunktion och poler ges av:

$$\frac{\omega(s)}{\omega^*(s)} = \frac{K(s \cdot T_i + 1)}{JT_i s^2 + KT_i s + K} \quad \text{poles} = -\frac{K}{2J} \pm \sqrt{\frac{K^2}{4J^2} - \frac{K}{JT_i}}$$





# Positionsreglering

## En ytterligare yttre loop

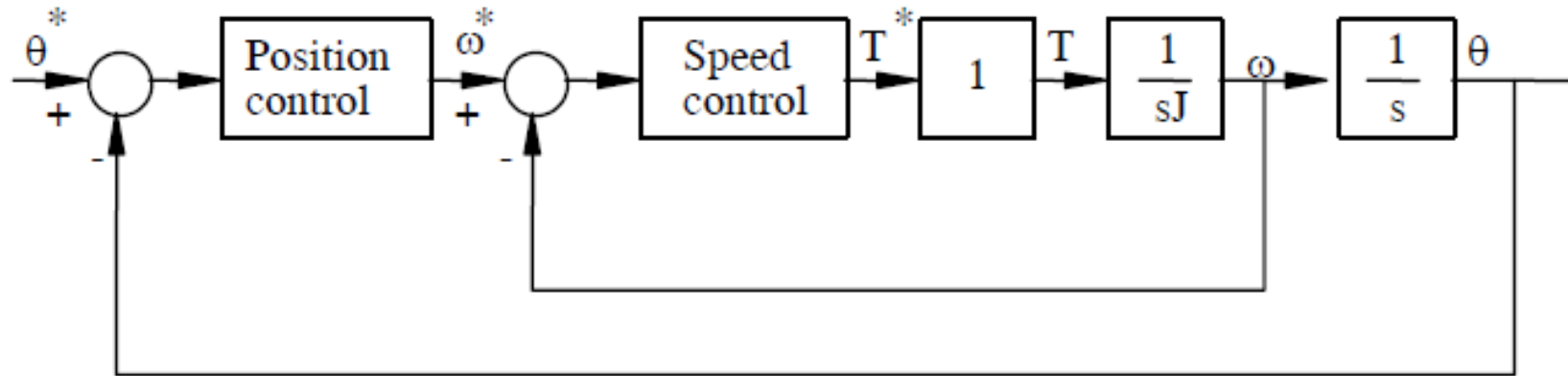


Figure 9.1: Block diagram for speed and position controllers.

Det slutna systemets överföringsfunktion och poler för **P**-regulatorer ges av:

$$\frac{\theta(s)}{\theta^*(s)} = \frac{K_p \cdot K_\omega}{J \cdot s^2 + K_\omega \cdot s + K_p \cdot K_\omega} \quad \text{poles} = -\frac{K_\omega}{2J} \pm \sqrt{\frac{K_\omega^2}{4J^2} - \frac{K_p \cdot K_\omega}{J}}$$



# Moment- eller strömreglering

## – Den inre loopen med P-regulator

För en permanentmagnetiserad likströmsmaskin

Antag att  $\tau_a \ll \tau_{mek} \Rightarrow$

Observera att strömreglering och momentreglering är samma sak

$$T = \psi_m \cdot i_a \Rightarrow i_a^* = \frac{T^*}{\psi_m}$$

$$u_a = R_a \cdot i_a + L_a \cdot \frac{di_a}{dt} + \omega_r \cdot \psi_m = \{R_a = 0\} = L_a \cdot \frac{di_a}{dt} + \omega_r \cdot \psi_m$$

En tidsdiskret motsvarighet (Forward Euler-approximation)

$$\begin{cases} u_a(k) = L_a \cdot \frac{i_a(k+1) - i_a(k)}{T_s} + \omega_r(k) \cdot \psi_m \\ i_a(k+1) = i_a^*(k) \end{cases} \Rightarrow$$

$$u_a^*(k) = L_a \cdot \frac{i_a(k+1) - i_a(k)}{T_s} + \omega_r(k) \cdot \psi_m = L_a \cdot \frac{i_a^*(k) - i_a(k)}{T_s} + \omega_r(k) \cdot \psi_m$$

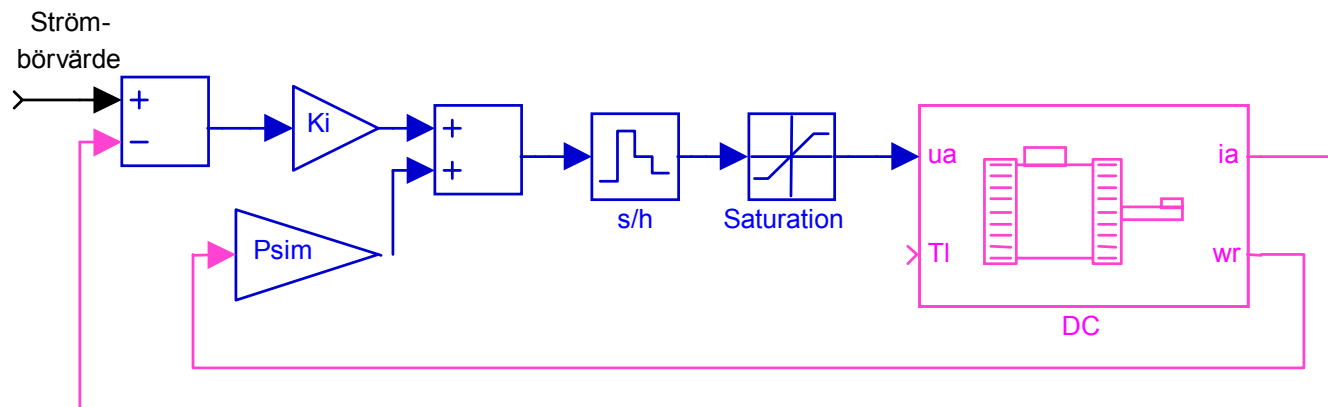


# Momentreglering – den inre loopen

Grafiskt kan strömregler-loopen åskådliggöras som MATLAB/Simulink-blockschemat i figuren nedan.

Antag att strömmen når sitt börvärde på ett sampel-intervall  $T_s$ . Detta kallas dead-beat reglering.

Där  $k_i=L_a/T_s$  kallas dead-beat förstärkning.



**Figur 11.3.** DC motor med strömregulator.



# Samplad moment- eller strömregulator

## – Den inre loopen med PI-regulator

Som tidigare övergår ankarlindningens differentialekvation övergår alltså i en differensekvation:

$$\bar{u}(k, k+1) = R \cdot \bar{i}(k, k+1) + L \cdot \frac{i(k+1) - i(k)}{T_s} + \bar{e}(k, k+1)$$

Där strecket över storheten indikerar medelvärde (över intervallet). Detta kan alltså skrivas om som

$$\bar{u}(k, k+1) = R \cdot \frac{i(k+1) + i(k)}{2} + L \cdot \frac{i(k+1) - i(k)}{T_s} + \bar{e}(k, k+1)$$

och

$$\bar{u}(k, k+1) = \left( \frac{L}{T_s} + \frac{R}{2} \right) \cdot (i(k+1) - i(k)) + R \cdot i(k) + \bar{e}(k, k+1)$$

Resten av härledningen går ut på att tolka de ingående storheterna och deras medelvärden.



# Samplad moment- eller strömregulator

## – Den inre loopen med PI-regulator

Klämspanningens medelvärde motsvarar ju medelspänningen som modulatorens styr ut vilket förhoppningsvis motsvarar börvärdet vid intervallets början. Alltså:  $\bar{u}(k, k+1) = u^*(k)$

Vidare så antar vi att strömregulatorn är implementerad som dead-beat dvs att:  $i(k+1) = i^*(k)$

Vi antar också att  $e$ , emk:n (dvs varvtalet) eller utspänningen om denna storhet motsvarar filterkondensatorspänningen hos en SMPS, inte ändras under ett samplingsintervall:  $\bar{e}(k, k+1) = e(k)$

Strömmens aktuella värde vid sampel  $k$  är summan av alla **tidigare** reglerfel (och bildar därför en tidsdiskret I-del):

$$i(k) = \sum_{n=0}^{k-1} (i^*(n) - i(n))$$



# Samplad moment- eller strömregulator

## – Den inre loopen med PI-regulator

Sammantaget:

$$\bar{u}(k, k+1) = \left( \frac{L}{T_s} + \frac{R}{2} \right) \cdot (i(k+1) - i(k)) + R \cdot i(k) + \bar{e}(k, k+1)$$

ger

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{u}(k, k+1) = u^*(k) \\ i(k+1) = i^*(k) \\ \bar{e}(k, k+1) = e(k) \\ i(k) = \sum_{n=0}^{n=k-1} (i^*(n) - i(n)) \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} u^*(k) &= \left( \frac{L}{T_s} + \frac{R}{2} \right) \cdot (i^*(k) - i(k)) + R \cdot \sum_{n=0}^{n=k-1} (i^*(n) - i(n)) + e(k) = \\ &= \left( \frac{L}{T_s} + \frac{R}{2} \right) \cdot \left( (i^*(k) - i(k)) + \frac{T_s}{\left( \frac{L}{R} + \frac{T_s}{2} \right)} \cdot \sum_{n=0}^{n=k-1} (i^*(n) - i(n)) \right) + e(k) \end{aligned}$$

